文章编号: 1008－2786－(2010)2－129－06

地震作用下边坡稳定性分析的坐标转换法

张永兴,陈 林,陈建功
(重庆大学土木工程学院,重庆 400045)

摘 要: 在地震作用下边坡稳定性分析中,拟静力法是将地震作用简化为水平方向或垂直方向的不变加速度作用。此加速度产生作用于不稳定体质心的地震力,根据极限平衡理论,将所有作用于潜在滑动体上的力沿滑动面进行分解,得出沿滑动面的安全系数。在拟静力法的基础上,提出一种坐标转换法,通过坐标旋转,将地震力与重力的合力转变为垂直向下的力,从而使边坡地震稳定性问题等效为经过边坡几何形态和土体容重修正后的一般静力稳定性问题,再利用比较成熟、简便的静力分析方法进行边坡稳定性分析。利用此方法可以克服传统拟静力分析的不足,并且用于水下边坡分析,将滨水边坡的拟静力分析模型转换为相应的静力分析模型,考虑地下水的流动来模拟水对边坡的动力作用。此方法对于分析水库边坡体和堰塞湖坝体的抗震稳定性问题具有一定的应用价值。

关键词: 边坡稳定;极限平衡;拟静力问题;坐标转换法
中图分类号: P642.2 TU457 文献标识码: A

目前,关于地震对边坡稳定性的影响,大多数国家规范采用拟静力法进行分析。拟静力法是一种用静力学方法近似解决动力学问题的简易方法。在边坡分析中,拟静力法通常假设边坡属于平面问题,并且忽略边坡在地震作用下的液化问题。拟静力法是传统极限平衡理论的一般化,其基本思想是在静力计算的基础上,将数值和方向都随时间变化的地震惯性力,以一个不随时间变化的常值静力代替作用于土体上,它等于地震系数与土体重量之积。常值静力的作用使边坡滑动力或力矩增加,降低了边坡的地震稳定性[1]。由于拟静力法简单实用,物理概念清晰易于工程师接受,在地震边坡中得到了广泛应用。但拟静力法是一种动力分析的近似方法,缺乏足够理论基础(相对静力分析而言),分析上存在某些不足,主要包括以下 2个方面:(1)拟静力法分析边坡稳定性时,为了使重力沿竖向作用到滑面上,滑动体都采用竖向条分法分析。而在考虑地震作用的拟静力法中,作为体积力的水平地震惯性力是水平向的,按竖向条分计算时存在计算的不合理。(2)传统上,对于水下边坡受地震作用影响下的拟静力分析时,一般只考虑土体受地震影响,而忽略水受地震影响,这在分析地震作用下水下边坡稳定性时偏于不安全。本文就这些问题进行讨论和分析,提出新的改进算法(坐标转换法)克服传统拟静力分析方法的不足。

1 坐标转换法原理

坐标转换法就是当边坡受水平地震惯性力、竖向地震惯性力和重力的联合作用时,将地震作用力与重力合成,转换为静力作用下的边坡。地震作用下边坡受力如图 1所示。图中 β、γ、H分别表示边坡倾角,土体重度,边坡高度;dW、dE分别表示土体单元所受的重力,地震力;α为地震力与水平方向的夹角;k为地震系数;dα为微单元土体面积;其余符号见图。

收稿日期(Received date): 2009－09－12;改回日期(Accepted): 2009－12－28.
基金项目(Foundation item): 国家自然科学基金资助项目(50878218)、国家杰出青年科学基金(50625824)资助项目。[This research is supported by China National Science Found (50878218), National Science Fund for Distinguished Young Scholars (50625824).]
作者简介(Biography): 张永兴(1961－),男,江苏南通人,博士,重庆大学教授,主要从事地下工程、边坡工程防灾减灾方面的研究。[Yongxing Zhang, male, born in 1961, Nantong of Jiangsu Province, Doctor, Professor of Chongqing University. Mainly engaged in underground engineering, disaster prevention and mitigation of slope.] E－mail: chansinlg@yahoo.com.cn Tel: 023－66731166

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

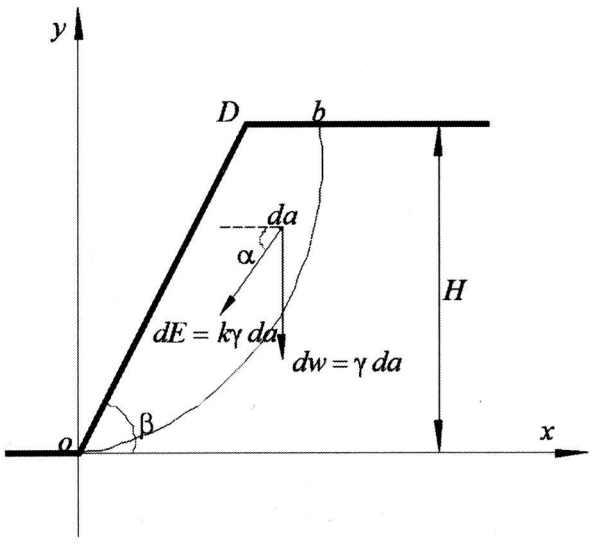


图 1 拟静力边坡稳定性问题

Fig 1 The Pseudo-static shpe stability problem

图 1所示边坡可以表示为图 2所示边坡,图中 dP表示 dE与 dW的合矢量; θ为 dP与垂直方向夹角,称为地震角; γ′为坐标转换法下边坡重度

$$dP=\gamma' d\alpha \tag{1}$$

$$\gamma'=\gamma\frac{k\sin\alpha+1}{\cos\theta} \tag{2}$$

$$\theta=\arctan\left(\frac{k\cos\alpha}{k\sin\alpha+1}\right) \tag{3}$$

引入新的坐标系 (X, Y),它是将原坐标 (x, y)旋转 θ,如图 2a所示。为了便于分析,将图 2a中的 x轴设为水平方向,此时边坡如图 2b所示。

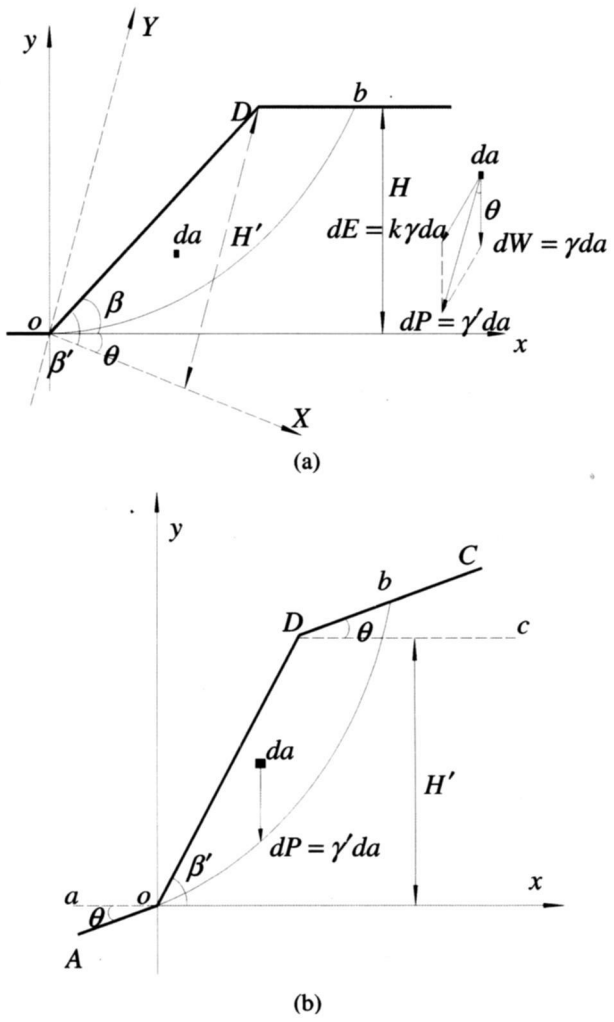
上述过程即为坐标转换法一般步骤: ① 力的合成; ② 坐标旋转。图中 β′为坐标转换法下边坡倾角; H′为坐标转换法下边坡高度

$$\theta=\arctan\left(\frac{k\cos\alpha}{k\sin\alpha+1}\right) \tag{4}$$

$$\beta'=\beta+\theta \tag{5}$$

$$H'=H\frac{\sin(\beta')}{\sin(\beta)} \tag{6}$$

以上各式表明坐标转换法下的边坡比传统拟静力法倾角大;且边坡高度,土体重度也增大。所以,坐标转换法放大了影响稳定性的不利因素。考虑边坡的极限情况, β, θ足够大使得在边坡进行坐标旋转后新边坡的倾角 β′=β+θ>π /2, 在这种情况下边坡将变为前倾的边坡,且边坡的重度也增大。Baker和 Leshchinsky (2003)研究了前倾边坡的破坏机理,表明前倾边坡若要保持稳定,边坡材料必需有足够的抗拉强度。但是绝大部分土体的抗拉强度都非常低,所以前倾边坡容易失稳。因此,为了防止地震时产生张拉裂缝,边坡的倾角应限定为 β<90°-θ,物本冈布法也有类似的限定。由于转换过程只是力的合成,所以坐标转换法不会影响拟静力问题本身,仅仅是同一边坡稳定性问题的不同表达形式。坐标转换法其实并不新,在计算挡土墙地震作用下土压力时,已经有所应用[11],并且边坡稳定性分析已经有比较成熟的大型计算软件,所以该方法一般不用于求解实际的拟静力边坡稳定性问题。但是,坐标转换法代表了一种新的拟静力分析方法,这种转换可以解决传统拟静力法的某些不足,可以将静力理论直接应用于拟静力问题 (在无相似的理论基础存在的前提下)。不失一般性,为了分析方便以下只考虑水平地震力的影响。



(a)力的合成 (b)坐标旋转

图 2 坐标转换法原理图

(a) Combination of body forces (b) Rotation of coordinate system

Fig 2 The basic transformation

© 1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2　坐标转换法下边坡稳定性分析条分法

土坡稳定性分析方法中的条分法已相当成熟而被广泛应用, 且已列入各种地基规范、水工规范。一般地, 边坡安全系数定义为每一土条在滑裂面上所能提供的抗滑力矩之和与外荷载及滑动土体在滑裂面所产生的滑动力矩和之比。多年来, 拟静力法在边坡抗震设计中发挥了很大作用, 传统上滑动体都是按竖向条分的。考虑地震惯性力时, 竖向条分在计算地震惯性力时存在误差, 同时, 在计算水平地震力产生的抗滑力矩时是不合理的[2]。针对拟静力法存在的问题, 吕擎峰[2]提出如下改进计算方法: 条分法按竖向或者水平条分, 将水平地震力对滑动力矩和抗滑力矩的作用与竖向力的作用分开来计算, 再叠加。对于水平地震力的作用, 顺着水平力作用方向条分, 计算竖向力时竖向条分。水平条分既可避免水平地震力产生的抗滑力矩计算的不合理性, 又可弥补水平地震惯性力的计算误差, 但此改进算法将会增加计算难度和计算量。如果采用坐标转换法则可以避免上述问题。虽然坐标转换法下的条分法在旋转坐标下是一种竖向条分, 但从原坐标来看, 它是一种斜向条分法, 综合了水平条分和竖向条分, 如图 3所示, 图中 dE为水平地震力; dW为微单元土体重力; dP为水平地震力与重力的合力。这样既可以避免传统拟静力法竖向条分计算地震惯性力时存在的误差, 也可以避免吕擎峰[2]改进方法计算量增大的问题。

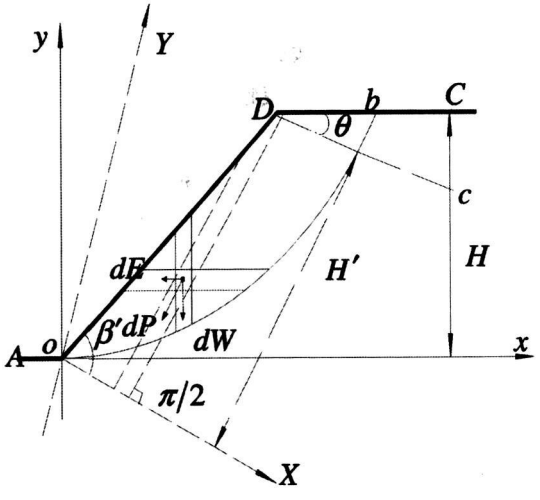


图 3　传统拟静力法与坐标转换法下的条分法

Fig 3　The slice method of traditional quasi-static and coordinate transformation method

采用极限平衡原理, 利用条分法能够解决复杂的几何形状、各种土质和孔隙水压力条件下的土坡稳定分析。为使问题静定化, 众多条分方法提出了不同的假设以推出计算安全系数的方程式。坐标转换法的条分法引出如下。图 4中 E_i, X_i 分别表示法向及切向条间力, W_i 为土条自重, Q_i 为水平地震力, P_i 为土条重力与水平地震力合力, $\bar{N}_i$ 及 $\bar{T}_i$ 分别为土条底部的法向力和切向力, k_a 为水平地震系数, 其余符号见图。

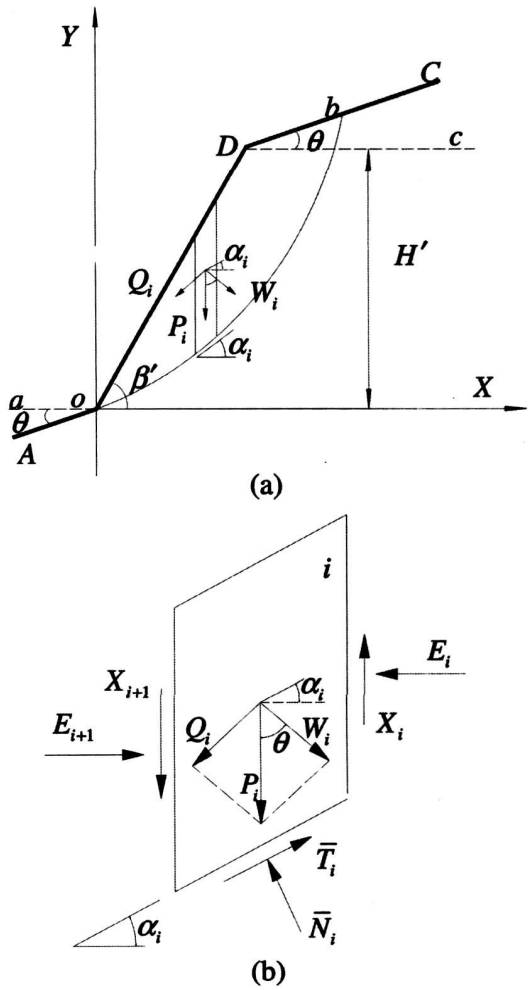


图 4　坐标转换法下粘性土土条上各种作用力

Fig 4　Forces acting on the slice of coordinate transformation method

$$\text{力平衡}\quad \begin{cases} \bar{N}_i\cos\alpha_i = P_i + \triangle X_i - \bar{T}_i\sin\alpha_i \\ \bar{N}_i = (P_i + \triangle X_i)\sec\alpha_i - \bar{T}_i\tan\alpha_i \\ \triangle E_i = \bar{N}_i\sin\alpha_i - \bar{T}_i\cos\alpha_i \end{cases} \quad (7)$$

式中　$\triangle E_i = E_{i+1} - E_i$, $\triangle X_i = X_{i+1} - X_i$,

$\theta = \arctan k_a$, $P_i = \gamma dA/\cos\theta$。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

由式(7)可得

$$\triangle E_i=(P_i+\triangle X_i)\tan\alpha_i-\bar{T}_i\sec\alpha_i \tag{8}$$

安全系数的定义和莫尔—库仑准则为

$$\begin{cases}\bar{T}_i=\dfrac{\tau_{fi}l_i}{F_s}=\dfrac{c_ib_i\sec\alpha_i+\bar{N}_i\tan\phi_i}{F_s}\\ \bar{N}_i\cos\alpha_i=P_i+\triangle X_i-\bar{T}_i\sin\alpha_i\end{cases} \tag{9}$$

则由式(8)，(9)可得

$$\begin{cases}\bar{T}_i=\dfrac{1}{F}[c_ib_i+(P_i+\triangle X_i)\tan\phi_i]\dfrac{1}{m_i}\\ m_i=\cos\alpha_i+\dfrac{\sin\alpha_i\tan\phi_i}{F_s}\end{cases} \tag{10}$$

将土坡作为平面问题，王英锐[3]根据条间界面的作用力满足平衡的最小承载力，得出土条间作用力的夹角为 θ_i

$$\tan\theta_i=\frac{\tan\alpha_i-\tan\phi_i/F_s}{\tan\alpha_i\times\tan\phi_i/F_s+1}\sqrt{a^2+b^2} \tag{11}$$

这样便由式(11)得出 E_i、X_i 的关系为 $\tan\theta_i=\dfrac{X_i}{E_i}$。

先假设一个安全系数 F_s，然后由式(10)，(11)从坡顶的一条开始逐条向下推求 $\bar{T}_i$，直至求出最后一条的推力 $\bar{T}_n$。在极限平衡时，各土条对圆心的力矩之和应当为零，此时条间作用将相互抵消

$$\sum_i(P_i\times R\times\sin\alpha_i-T_i\times R)=0 \tag{12}$$

将 P_i 作用产生的土条底部的切向阻力 $\bar{T}_i$ 代入式(12)。当满足式(12)时则 F_s 假设正确，当不满足上式时则要重新假定安全系数，重新计算。直到满足式(12)或者小于某一假定的范围。

算例分析：某土坡如图5所示。已知土坡高度 $H=6$ m，坡角 $\beta=55°$，土的重度 $\gamma=18.6$ kN/m^3，内摩擦角 $\phi=12°$，粘聚力 $c=16.7$ kPa 采用了美国的 EL Centro地震波，考虑地震烈度分别为7°(峰值加速度为0.1 g)，则水平地震系数 $k_h=0.1$，计算土坡的稳定安全系数。

坐标转换法计算时，将水平地震力与重力合成，相应的变换为

$$\theta=\arctan(k_h)=5.71°$$

$$\gamma'=\gamma/\cos(\theta)=18.69,\ \beta'=\beta+\theta=60.71°$$

$$H'=H\frac{\sin(\beta')}{\sin(\beta)}=6.39\text{ m}$$

边坡如图5所示。表1是坐标转换法和其他边坡稳定性分析方法计算结果，按一般的分析方法，滑面假设为圆弧滑面。表 x、y中表示圆弧滑面圆心横、纵坐标；R表示圆弧滑面半径；F_s 表示边坡安全系数。

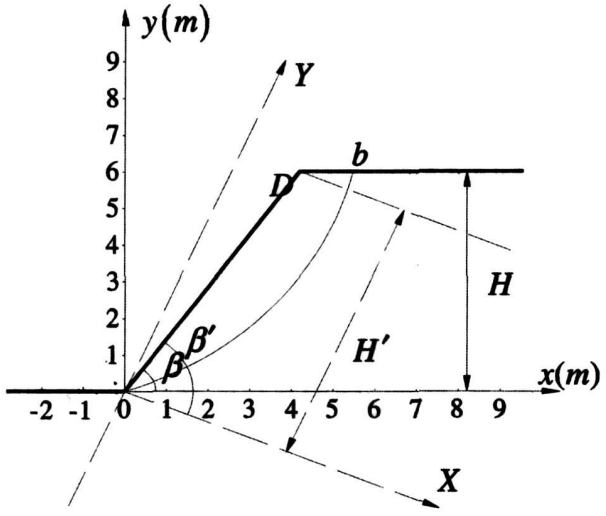


图5 实例边坡及其临界滑面

Fig. 5 Example of slope and the critical slip surface

表1 各种分析方法结果

Table 1 The results of various analytical methods

方法	吕改进算法	坐标转换法	M—Price	通用条分法
x(m)	0.258 0	0.175 0	0.170 0	0.168 0
y(m)	7.039 0	7.174 0	7.131 0	7.105 0
R(m)	7.202 0	7.153 0	7.133 0	7.144 0
F_s	1.230 7	1.230 4	1.248 0	1.272 3

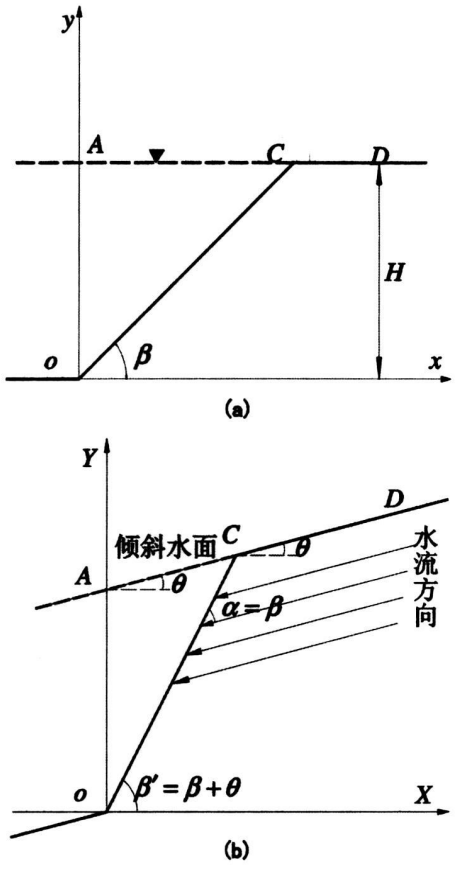
由上表可看出，采用坐标转换法计算结果与传统拟静力分析结果是相符的，这也验证坐标转换法不会影响拟静力问题本身，说明坐标转换法与传统拟静力法之间是等价的。坐标转换法与吕擎峰[2]改进方法相比，坐标转换法只需对土体竖向条分，计算简单，计算工作量小。以上分析虽然建立在特殊的边坡问题上，但坐标转换法对于任意的极限分析方法，任意外部荷载的非线性问题以及孔隙水压力的问题都有效。图中的临界滑面都虽然通过边坡坡脚，但坐标转换法对任意的滑面都有效。上述分析可以简单地推广到地震力是倾斜的而不一定是水平的，此时 $\theta=\arctan\left(\dfrac{k_h}{1\pm k_v}\right)$，($k_v$, k_h)是垂直和水平方向的地震系数。

3 地震作用下水下边坡坐标转换法分析

对水下边坡拟静力分析由于如液化使强度损失等因素的存在有一定的局限性，无法模拟地震作用下水下边坡某些性质，而用坐标转换法则可以模拟。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

水下边坡的坐标转换法如图 6所示。



(a)实际坐标下水下边坡　(b)旋转坐标下水下边坡

图 6　水下边坡分析

(a) The physical problem　(b) The tansformed problem

Fig. 6　The analysis of submerged slopes

图 6为实际坐标和旋转坐标下的水下边坡。从图 6(b)可看出:

1. 坐标转换法将导致水平面的倾斜如图中的 CD面所示, 此倾斜水面将引起边坡沿 θ方向的渗流 (平行于倾斜水面)。所以, 坐标转换法下的水下边坡表明地震作用将引起边坡渗流。

2. 地震作用下水下边坡存在渗流, 渗流将在边坡中产生动水压力 (渗透力)。对于稳态渗流边坡单位体积内土粒受到的单位渗透力为 [4]

$$f=\gamma_w \cdot i \qquad (13)$$

式中　i为水力梯度; γ_w为水的容重。

当考虑地震作用时, 由于部分孔隙水受到土颗粒的限制而随其一起移动为受限水, 不会产生动水压力, 只有不受土颗粒约束的自由水才可以产生动水压力 [5], 因此式 (12)的右边应乘以修正系数 (1—m), 其中为孔隙中受限水的体积含量, 可按修正 Matsuo—Ohara[5] 公式计算, 即式

$$m=0.5+0.53\tan H\left\{\lg\frac{2\pi n\gamma_w H^2}{7E_w KT}\right\} \qquad (14)$$

式中　n为土体孔隙率; K为渗透系数; T为地震动周期; E_w为水的压缩模量。

对于稳态渗流, 图 9b所示边坡安全系数 [4] 为

$$F_s=\frac{\gamma_{sub}-\gamma_w\tan\alpha\tan\beta}{\gamma_T}\frac{\tan\phi'}{\tan\beta}+\frac{c'}{\gamma_T H\sin\beta} \qquad (15)$$

式中　α为边坡面与渗流方向夹角; γ_T土的饱和容重; γ_w水的容重; $\gamma_{sub}=\gamma_T-\gamma_w$土在水中的浮重度; β边坡倾角; H边坡高度; ϕ'、c'分别为有效摩擦角、有效粘聚力。当考虑地震作用时, 由于地震作用影响渗透力, 所以坐标转换法下水下边坡的安全系数为

$$F_s=\frac{[\gamma_{sub}-(1-m)\gamma_w\tan\beta\tan(\beta+\theta)]}{(\gamma_T-m\gamma_w)}\frac{\tan\phi'}{\tan(\beta+\theta)}+\frac{c'}{(\gamma_T-m\gamma_w)H\sin(\beta+\theta)} \qquad (16)$$

式中　$\theta=\arctan k_h$, k_h为水平地震系数。一般情况, 修正系数 $m\approx 0$[2]。

例如, 已知边坡高度 H=10m, 坡角 β=26.5°, 土的重度 $\gamma=18\ kN/M^3$, 内摩擦角 φ=36°, 粘聚力 c=0, 采用了美国的 EL Centro地震波, 考虑地震烈度分别为 7°(峰值加速度为 0.1 g), 则水平地震系数 $k_h=0.1$, 边坡外形如图 6a所示, 试计算此水下边坡的稳定安全系数。

假定边坡坡顶与水平面平行, 静力情况下边坡的安全系数为 $F_s=\tan(36°)/\tan(26.5°)=1.45$, 而在地震作用下边坡中将产生渗流, 为了计算简便忽略地震时孔隙水受到土颗粒的限制, 即修正系数 m=0, 此时的安全系数为

$$F_s=\frac{\gamma_{sub}-\gamma_w\tan\beta\tan(\beta+\theta)}{\gamma_T}\frac{\tan\varphi}{\tan(\beta+\theta)}=0.31$$

应用 FLAC分析, 结果为 $F_s=0.30$。

由以上分析可知, 静力与地震作用下安全系数的差别很大, 其主要原因是水下边坡受地震作用影响产生渗流, 静力情况下边坡中没有渗流, 渗流的作用将会降低作用在边坡上的压力, 从而减小边坡安全系数。数值分析与理论分析的一致性表明坐标转换法下水下边坡的渗流为地震作用下水下边坡分析提供一种很好的近似, 所以坐标转换法可以用于计算相同情况下更复杂的边坡。

4　结论

本文分析的前提是边坡拟静力问题都可以等效

© 1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

为稳定性分析。利用此方法可以克服传统拟静力分析题，再利用比较成熟、简便的静力分析方法进行边经过几何形态和土体容重修正后的一般静力稳定性问坡的不足，避免传统拟静力法竖向条分计算地震惯性力时存在的误差，也可以避免吕擎峰改进方法计算量增大的问题。并且利用坐标转换法可以模拟地震作用时水下边坡某些性质，将滨水边坡的拟静力分析模型转换为相应的静力分析模型，考虑地下水的流动来模拟水对边坡的动力作用。此方法对于分析水库边坡体和堰塞湖坝体的抗震稳定性问题具有一定的应用价值。

参考文献（References）

[1] Zhang Kexu, Xie Junfei. Soil Dynamics[M]. Beijing: Earthquake Press, 1989: 238~249.[张克绪，谢君斐. 土动力学[M]. 北京：地震出版社，1989：238~249]

[2] LÜ Qing-feng, Yin Zong-ze, Wang Shu-hua, et al. Improvement of pseudo-static method for slope stability analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(Suppl.): 35~38.[吕擎峰，殷宗泽，王叔华，等. 拟静力法边坡稳定分析的改进[J]. 岩土力学，2005，26(增刊)：35~38]

[3] Wang Yingtui, Tang Zhongde. Earth slope stability analysis with considering the action of shear between soil strips[J]. Junder Ground Space, 1999, 19(1): 25~29.[王英锐，唐忠德. 考虑土条间作用剪力的土坡稳定分析方法[J]. 地下空间，1999，19(1)：25~29]

[4] Bolton, M. A Guide to Soil Mechanics[M]. John Wiley and Sons, N.Y., 1979.

[5] Liu Zhong-yu, Yan Fu-you. Dynamic active earth pressure on rigid retaining walls with submerged soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(4): 566~570.[刘忠玉，闫富有. 有地下水时刚性挡土墙的动主动土压力[J]. 岩土力学，2006，27(4)：566~570]

A Coordinate Transformation Method for Evaluating Stability of Slope under Seismic Conditions

ZHANG Yongxing, CHEN Lin, CHEN Jiangong

(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

Abstract: The general method for evaluating stability of slopes under seismic conditions is simple pseudo-static (PS) analysis. The PS method is generalizations of conventional limiting-equilibrium (LE) slope stability analysis in which seismic effects are represented by an additional body force that is the earthquake force as vertical or horizontal direction of the acceleration. The safety factors of the entire potential slide can be calculated according to limiting-equilibrium theory. On basis of PS method, a model transformation method is put forward. Every pseudo-static slope stability problem can be transformed into an equivalent static problem with modified geometry and unit weight. The equivalency between pseudo static and static problems allows for a straightforward transfer of experience and results from the relatively mature static method into the less developed pseudo static context. This method can overcome the shortcomings of the traditional pseudo-static (PS) analysis and used in stability analysis of waterfront slope under seismic conditions. The waterfront slope of the seismic stability model can be converted to the corresponding static model of stability and the flow of water can simulate the dynamic force of water on the slope. It is useable to evaluate stability of slope in reservoir and Barrier Lake.

Key words: slope stability; limiting equilibrium; pseudo static problems; Model transformation method

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net