

大变形有限元法分析边坡稳定性

杨涛¹, 周德培¹, 苏金蓉²

(1. 西南交通大学土木工程学院, 四川 成都 610031; 2. 四川省地震局监测研究所, 四川 成都 610041)

摘要: 边坡稳定性分析的重要任务是确定边坡潜在滑面的位置及相应的安全系数, 鉴于坡体位移可在现场监测中直接得到, 提出边坡潜在滑面确定的位移判据, 采用大变形有限元首先计算出边坡的位移场, 然后在开挖面的不同高度作塑性区内的水平位移参考线, 依次连接参考线上的位移突变点即得到边坡失稳的潜在滑面位置, 分析滑面上的应力以及岩体抗剪强度即得到边坡的整体安全系数。

关键词: 开挖边坡; 潜在滑面; 位移判据; 数值计算; 边坡稳定性分析

中图分类号: P642.2 TU457

文献标识码: A

自然斜坡在开挖后, 原有的静力平衡状态被打破, 而重新建构新的力学平衡体系, 坡体内的应力就会重新调整。应力重新调整的结果或者是出现新的平衡, 或者是边坡体最终失稳破坏。若数值计算中边坡体采用理想弹塑性模型, 则边坡体将在较大的范围内出现弹性应力调整, 而在开挖临空面附近出现塑性区, 如果边坡体最终破坏, 则在塑性区内形成滑动面, 出现局部的滑动区。数值分析的任务之一就是找出自然斜坡在开挖后的潜在滑面。

有限元计算一般仅分析边坡的应力场和位移场^[1,2], 文献[3]利用贯通的广义塑性剪应变的等色图来定义滑动面。对于人工边坡, 文献[4]建议采用位移增量等值线来确定潜在滑面。文献[5]通过使用非关联流动法则, 将剪胀角 ϕ 取为0发现在变形后的网格中会出现一条明显的畸变带, 他们将这条畸变带就定义为潜在滑面。取 ϕ 为0意味着完全忽略了岩土材料的剪胀特性, 而仅突出其剪切变形。果然, 在使用他们的程序时发现, 取非零的 ϕ 后这条畸变带并不明显; 而且, 即使将 ϕ 取为0所使用的网格也必须相当规则, 否则, 也难以出现畸变

带。根据应力计算结果, 文献[6]利用动态规划法, 文献[7]利用人工智能型优化方法的蚂蚁算法, 讨论了基于瑞典法安全系数(抗滑力比滑动力)概念的潜在滑面的搜寻问题。本文采用大变形有限元法分析边坡的开挖稳定性, 分析计算得到的坡体位移场, 以边坡位移判据确定边坡体破坏的潜在滑面。边坡潜在滑面的位移判据不仅理论上简单明了, 而且坡体位移可以在现场或试验中直接量测, 便于验证。

1 大变形有限元的基本原理

采用大变形有限元计算边坡变形时, 采用三维快速拉格朗日分析方法。三维快速拉格朗日分析是一种基于三维显式有限差分法的数值分析方法, 该法将计算区域划分为若干六面体单元, 单元网格可以随着材料的变形而变形, 即所谓的拉格朗日算法。这种算法可以准确地模拟材料的屈服、塑性流动、软化直至大变形, 尤其在材料的弹塑性分析、大变形分析以及模拟施工过程等领域有其独到的优点^[8]。

收稿日期 (Received date): 2005-07-20; 改回日期 (Accepted): 2005-10-12

基金项目 (Foundation item): 社会公益研究专项基金资助项目 (2001DB20113)。[Supported by the National Special Research Foundation for the Communication of Society of China under Grant No. 2001DB20113]

作者简介 (Biography): 杨涛 (1973-), 男 (汉族), 四川渠县人, 硕士, 现为西南交通大学岩土工程专业博士研究生, 主要从事边坡工程方面的研究工作。[Yang Tao (1973-), male, born in Quxian County, Sichuan Province. Doctorate candidate of School of Civil Engineering of Southwest Jiaotong University. Mainly research fields: analysis of slope stability and rock mass deformation. E-mail: 03017003@163.com]

1.1 空间导数的有限差分近似

快速拉格朗日分析采用混合离散方法,将区域离散为常应变六面体单元的集合体,又将每个六面体看作以六面体角点为角点的常应变四面体的集合体,应力、应变、节点不平衡力等变量均在四面体上进行计算,六面体单元的应力、应变取值为其内四面体的体积加权平均。如一四面体,节点编号为1到4,第 n 面表示与节点 n 相对的面,设其内一点的速率分量为 v_i 由高斯公式得

$$\oint V_i jDV = \oint V in_j dS \quad (1)$$

其中 V 为四面体的体积, S 为四面体的外表面, n_j 为外表面的单位法向量分量。

对于常应变单元, v_i 为线性分布, n_j 在每个面上为常量,由式(1)可得

$$V_{ij} = \frac{1}{3V} \sum_{l=1}^4 V_l n_j^{(l)} S^{(l)} \quad (2)$$

式中上标 l 表示节点 l 的变量, (l) 表示面 l 的变量。

1.2 运动方程

快速拉格朗日分析以节点为计算对象,在时域内求解。节点运动方程为

$$\frac{v_i^l(t)}{t} = \frac{F_i^l(t)}{m^l} \quad (3)$$

式中 $F_i^l(t)$ 为在 t 时刻 l 节点的在 i 方向的不平衡力分量,可由虚功原理导出。 m^l 为 l 节点的集中质量,对于静态问题,采用虚拟质量以保证数值稳定,而对于动态问题则采用实际的集中质量。

将(3)式左端用中心差分来近似,则可得

$$v_i^l(t + \frac{\Delta t}{2}) = v_i^l(t - \frac{\Delta t}{2}) + \frac{F_i^l(t)}{m^l} \Delta t \quad (4)$$

1.3 应变、应力及节点不平衡力

快速拉格朗日分析由速率来求某一时步的单元应变增量,即

$$\Delta e_{ij} = \frac{1}{2} (v_{ij} + v_{ji}) \Delta t \quad (5)$$

有了应变增量,即可由本构方程求出应力增量,进而得到总应力。

1.4 阻尼力

对于静态问题,在式(3)的不平衡力中加入了非粘性阻尼,以使系统的振动逐渐衰减直至达到平衡状态(即不平衡力接近零)。此时式(3)变为

$$\frac{v_i^l(t)}{t} = \frac{F_i^l(t) + f_i^l(t)}{m^l} \quad (6)$$

阻尼力为

$$f_i^l(t) = -\alpha |F_i^l(t)| \text{sign}(v_i^l) \quad (7)$$

式中 α 为阻尼系数,其默认值为0.8而

$$\text{sign}(y) = \begin{cases} 1(y > 0) \\ -1(y < 0) \\ 0(y = 0) \end{cases} \quad (8)$$

2 边坡稳定性分析方法

2.1 潜在滑面确定的位移判据

一般而言,自然边坡均有较高的稳定性,所开挖的工程边坡也具有一定的安全性。反映在大变形有限元计算中就是在开挖工况下边坡依然很稳定,不会出现明显的滑面,边坡不会失稳下滑。为评价边坡的安全等级,需要确定工程边坡的安全系数,常用的方法是折减边坡岩土体的抗剪强度,直至计算不收敛,此时的强度折减系数即认为是边坡的安全系数^[1]。本文采用一种新的思路确定边坡的最危险滑面及其安全系数。

在原岩强度参数下,工程边坡的安全系数一般 >1 ,采用有限元方法进行计算一般不会出现明显的滑面。为得到明显位移突变的滑面,仍需将岩土抗剪强度进行折减,折减的办法与文献[1]一致,即

$$C^n = \frac{C^o}{F} \quad (\tan \varphi)^n = \frac{(\tan \varphi)^o}{F} \quad (9)$$

式中上标 n 表示新的参数, o 表示原来的参数。 F 为折减系数。

此时的强度折减,其更重要的意义在于:通过降低坡体材料强度,导致边坡失稳破坏,从而通过位移突变点分析找到边坡失稳破坏的潜在滑面,即主要目的是得到边坡的最危险滑面。只要通过参数折减能获得明显位移突变的滑面,折减系数就是有效的,因此强度折减系数也就不是计算边坡安全系数的最重要指标,没有必要精确确定其大小,可以在计算中以较大的折减步长折减边坡岩体抗剪强度,直到获得满意的滑面位置。

大变形有限元确定边坡破坏潜在滑面位移判据的具体步骤主要为以下几步:

(1)对开挖坡体进行大变形有限元计算,得到坡体开挖后的位移场;

(2)在距坡顶面不同深度处(一般有意义的是在开挖高度范围内)作适当的参考线;

(3)在各参考线上作出沿参考线变化的坡体位移曲线,和位移等值线或水平位移等值线;

(4)根据所作出的坡体位移曲线,找出各曲线变化最明显的突变点(一般根据直观的曲线形状判

断或者根据曲线的斜率控制,即突变点的曲线斜率最大),将不同深度曲线上的突变点依次连接起来即是边坡失稳变形破坏的潜在滑面。

(5)如果经上述步骤不能在同一参考线上获得明显的位移突变点,即不能得到理想的滑面位置,则将岩土抗剪强度参数进行折减,重复(1)~(4),直到获得理想滑面为止。

2.2 边坡安全系数的计算

据位移判据确定最危险滑面以后,需计算该滑面的安全系数。本文采用下式计算边坡的整体安全系数

$$F_s = \frac{\sum \left(\frac{\sigma \tan \varphi + c}{\gamma} \right)}{\sum l} \quad (10)$$

参数折减以后,出现了大变形和持续的塑性流动,坡体内的应力场产生了调整。此时的应力场对应于坡体破坏时的应力场,一则这种情况下系统不会达到平衡,因此其应力场不是常量,与计算的迭代步有关,也即是说,在不同的计算迭代步终止计算,其应力场是不同的;二则采用此时的应力场计算得到的安全系数均 < 1 ,此安全系数是坡体破坏时的安全系数,理应 < 1 ,因此不是原始边坡的稳定性系数。

如果坡体的岩性条件足够好,岩体的抗剪强度足够高,则工程边坡不会失稳破坏,此时进行开挖后的计算,系统一般都会达到新的平衡。这种平衡状态下的应力场才是坡体真正的应力场,根据此时的应力场计算得到的坡体稳定性系数才能够代表坡体实际的稳定性,因此安全系数计算式(10)中的应力是采用原岩参数的计算结果。

3 应用实例

以下通过万(县)梁(平)高速公路的一处工点介绍边坡潜在滑面位移判据方法的具体应用。

如图 1 所示为万梁高速公路某工点的坡体原型断面,分三级开挖达到设计路面高程,三级开挖总高度为 20.32 m。边坡主要岩土参数为:重度 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$;粘聚力 $C = 90 \text{ kPa}$ 内摩擦角 $\varphi = 22^\circ$ 。采用大变形有限元强度折减法分析各级开挖后的坡体稳定性。在原岩参数下得到边坡开挖后的位移场和应力场,此时滑面没有形成。将边坡岩土参数进行折减,当折减系数为 1.9 时,边坡出现贯通滑面,如图 2 所示。在坡体内作 7 条不同高程的水平参考线,图 3 为各参考线上坡体位移的变化曲线,连接各参考线上的位移突变点得到边坡的最危险滑面。为核

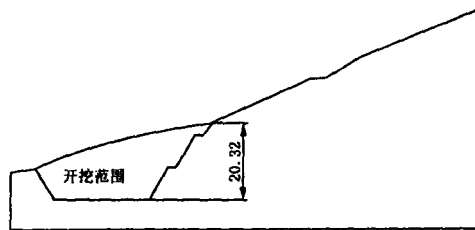


图 1 坡体横断面

Fig 1 Cross section of a slope project

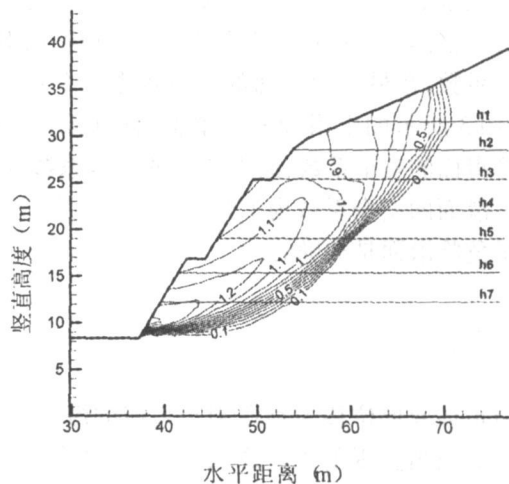


图 2 位移场

Fig 2 Displacement field

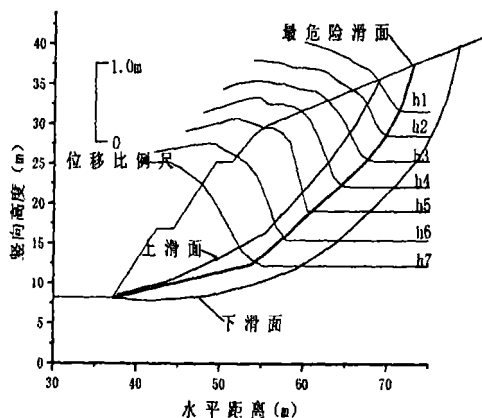


图 3 各参考线上的位移及滑面位置

Fig 3 The displacement at the reference lines and the position

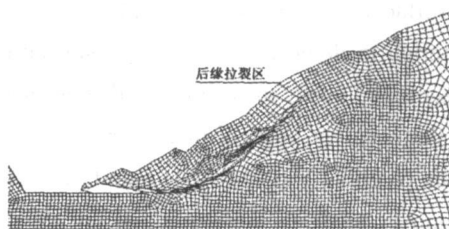


图 4 最终变形图

Fig 4 The deformation of the slope

实边坡滑面的准确位置, 继续对参数折减后的边坡进行大变形有限元计算, 直至剪出口最大位移达到 10 m 以上, 其最终的变形图如图 4 所示。由图可知, 尽管滑体位移十分巨大, 但滑体的范围基本没有变化, 局限在图 3 所示的滑面范围内, 可见在大变形有限元计算中, 一旦边坡的滑面形成, 则其位置固定, 仅滑体位移继续发展, 滑面位置基本不变。根据原岩参数下计算得到得应力场, 采用 (10) 式计算边坡的安全系数, 得其安全系数为 1.782, 即该边坡在开挖后得整体安全系数为 1.782。为比较不同滑面的安全系数, 在最危险滑面的上下各作一个对比滑面, 如图 3 所示的上滑面和下滑面, 同样采用 (10) 式计算滑面的安全系数, 的上滑面的安全系数为 2.251, 下滑面的安全系数为 1.881, 可见, 上述方法确定的最危险滑面是准确的。

4 结论

以坡体变形位移为判据确定边坡的潜在滑面, 无疑具有清晰直观的工程意义, 不仅在概念上简单明了, 而且也便于和现场实际量测结果进行对比, 从而验证滑面的实际位置, 若再结合数值计算的不同时步则可以判断边坡体的变形失稳阶段, 以采取切实可行的工程措施。本文采用大变形有限元方法, 通过具体算例, 计算了边坡变形的位移场, 以位移为判据, 以水平位移参考线上的位移突变点连线为边坡的失稳滑面。通过与最终变形图的比较, 得出了滑面一旦确定, 其位置将一直固定, 滑坡体位移仅在滑体内发展的结论。同时, 采用原岩参数计算边坡

的应力场, 提出滑面上的正应力和剪应力计算其滑面安全系数, 通过不同滑面安全系数的比较, 得出了本文方法确定的滑面具有最小安全系数的结论。

参考文献 (References)

- [1] Bi Siwen. Study on dynamic numerical simulation of mountain system in Tibet Plateau [J]. *Journal of Mountain Science*, 2001, 19(4): 289~298 [毕思文. 青藏高原山地系统动力学数值模拟研究 [J]. 山地学报, 2001, 19(4): 289~298]
- [2] Lan Zhixiong, Wang Guobin, Liu Yushan. Application of FEM simulation to slope stability analysis [J]. *Journal of Mountain Science*, 2004, 22(3): 368~372 [兰智雄, 王国斌, 刘玉山. 有限元模拟在路堑边坡稳定性分析中的应用 [J]. 山地学报, 2004, 22(3): 368~372]
- [3] Lian Zhenying, Han Guocheng, Kong Xianjing. Stability analysis of excavation by strength reduction FEM [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, 23(4): 406~411 [连镇营, 韩国城, 孔宪京. 强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性 [J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 407~411]
- [4] Song Exiang. Finite element analysis of safety factor for soil structures [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1997, 19(1): 1~7 [宋二祥. 土工结构安全系数的有限元计算 [J]. 岩土工程学报, 1997, 19(1): 1~7]
- [5] Griffiths D V, Lane P A. Slope stability analysis by finite elements [J]. *Geotechnique*, 1999, 49(3): 387~403
- [6] Johnson C. Existence theorems for plasticity problems [J]. *J. Math. Pures Appl.*, 1976, 55: 431~444
- [7] Wang Chenghua, Xia Xuyong, Li Guangxin. An algorithm in search of the critical slip surface in soil slopes based on stress fields [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(5): 813~819 [王成华, 夏绪勇, 李广信. 基于应力场的土坡临界滑动面的蚂蚁算法搜索技术 [J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 813~819]
- [8] FLAC3D Version 2.0 Online Manual [Z]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc. 1997

Using Large Deformation FEM on the Analysis of Slope Stability

YANG Tao¹, ZHOU Depei¹, SU Jingrong²

(¹ Geotechnical Eng. Dep. of Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

² Seismological Bureau of Sichuan Province, Chengdu 610041, China)

Abstract One of the most important tasks in the stability study of excavating slope is how to determine the potential slip surface. Thinking of the displacement is easy to get in the engineering, we put forward using the displacement criterion to determine the slope slip surface. Firstly, calculate displacement field using large deformation FEM, secondly, make some horizon displacement reference line on the working plane in the plastic zone, then find out the accident point of displacement on the reference line. When these points are joined by a line progressively, the potential slip surface is found. So, the stress on the surface can be get, and the safety factor of the slope can be gain by analyses the stress and the shear strength of the rock.

Key words excavation slope; slip surface; displacement criterion; numerical calculation; stability analysis of slope