

文章编号: 1008-2786-(2006)1-088-07

层状结构岩体顺层斜坡滑移-弯曲失稳计算探讨

蒋良淮, 黄润秋

(成都理工大学环境与土木工程学院, 四川 成都 610059)

摘要: 中-陡倾顺层斜坡在下端被阻挡及嵌固时可能产生滑移-弯曲型结构变形与屈曲失稳, 但以前失稳分析采用的力学模型的边界条件及变形形态对地质原型的符合性较为不足。因顺层斜坡上部平直段与下部屈曲段是一个连续的整体, 弯曲段边界条件及变形形态的合理对正确建立挠曲线方程和临界屈曲失稳分析均非常重要。在分析了顺层斜坡地质原型变形形态的基础上, 由考虑自重的阻滑端固定的斜置等厚弹性板梁模型, 提出了以地质原型变形形态抽象出相应边界条件的分析方法, 及理论上求解挠曲线的适定三阶微分方程。鉴于弯曲段长度可现场测知, 以所分析的边界条件拟定了简便合理的、曲线形态能较好反映地质原型变形形态的多项式近似挠曲线。通过势能泛函的平衡稳定判断方法, 滑移-弯曲破坏的临界条件得到确定, 失稳临界弯曲长度计算式较符合工程实际。

关键词: 层状结构; 顺层斜坡; 滑移-弯曲; 稳定条件; 能量法

中图分类号: P642.22

文献标识码: A

高山峡谷区, 顺层中-陡倾层状岩体斜坡可能在下部坡段发生滑移-弯曲(也称屈曲)形式变形及失稳破坏^[1]。雅砻江二滩水电站库区霸王山边坡、黄河上游李家峡水电站坝前2#边坡等均由此类模式产生累进变形甚至溃屈塌滑。

该破坏模式体现了此类结构状岩体的几何变形特性对稳定性的质变作用, 使对地质体失稳破坏的认识由传统的校核材料强度扩展到判断结构稳定承载能力的全新范畴, 即分析结构状岩体在微小几何变形下, 其结构内力的急剧放大程度是否超过弹性回复力的相应增长, 从而导致几何变形的累进恶性循环。具体地质背景的力学条件约束下的结构稳定评价成为研究侧重点。

对滑移-弯曲破坏, 通常采用板梁在纵向力作用下的稳定临界条件(采用临界荷载、临界坡长或临界挠度)来判别^[2-13]。较之材料力学中心受压直杆弹性稳定问题, 顺层边坡屈曲的特点有梁体自重为主要外荷载、自重横向分力对稳定性有利等^[2]。

此外, 并非板梁一发生弯曲就标志丧失承载力, 更多时候在微弯状态才达到临界平衡(后屈曲)^[7-10]。

文献[2-6]考虑了自重及横向分力的作用, 文献[7-10]更进而考察微弯平衡时的势能泛函变分, 并分别得到了一些失稳临界条件公式。但上述研究假定挠曲线为两端铰支^[2,5]或两端固定(即下端固定、上端只能轴向移动且不能转动和侧移)^[3,4,6-10]模式下的对称弯曲形状(正弦或余弦曲线), 不尽合理。

实际上, 边坡上部平直段与下部屈曲段应是一个连续的整体^[11], 两端铰支时梁两端均会发生转动, 而两端固定时梁的上端存在弯矩, 与实际情况相差较大; 而且在计及自重作用下, 弯曲形态应是非对称的。

文献^[11,12]以微分方程推导了弹性挠曲线的特殊函数解析解。但推导中, 未考虑所研究截面上由自重纵向分力因挠曲所产生的附加弯矩及梁端剪力对所研究截面产生的力矩, 实际忽略了梁端实际地

收稿日期(Received date): 2005-07-21; 改回日期(Accepted): 2005-11-02.

基金项目(Foundation item): 国家自然科学基金“西部生态与环境”重大研究计划项目(编号 90102002)资助。[Funded by State Natural Science Fund Key Item "Ecology and Environment in West China"(No 90102002)]

作者简介(Biography): 蒋良淮(1974-), 男, 地质工程专业攻读博士学位研究生, 主要从事地质工程、岩土工程。[Jiang Liangwei(1974-), male post-graduate student, major in geological engineering and geotechnical engineering. E-mail: jiangliangwei@vip.163.com]

质条件约束。

因此, 力学模型的边界条件和变形形态与地质原型不尽相符, 是以上研究的不足点。文献^[13]提出三种梁端约束条件, 但与高山峡谷顺层岩体斜坡的变形形式不甚符合。

由于弯曲段边界条件及变形形态的合理取定, 对挠曲线微分方程的正确建立和对屈曲失稳临界条件的准确分析均非常重要, 本文即着重考虑如何从高山峡谷顺层斜坡地质原型出发, 提出梁端处的力与位移边界条件, 以进一步研究屈曲稳定性。

本文基于对地质原型变形形态及受力特点的观察, 分析了在下部阻滑端嵌固的较普遍情况下, 等倾刚性基岩上覆等厚弹性板梁的微弯曲模态与相应边界条件, 并以此建立了理论上求解挠曲线的微分方程。针对变量众多的数学求解困难, 注意到弯曲段长度可测知的实际, 以边界约束条件拟定出符合变形特征的多项式近似挠曲线, 采用能量法为简化分析手段, 对滑移 - 弯曲破坏的临界条件进行了进一步探讨。

1 顺层斜坡弯曲形态与受力特点

产生滑移 - 弯曲变形破坏斜坡的地质结构多为顺层薄层状岩体或延性较强的碳酸盐类岩体, 滑移控制面的倾角大于该面的峰值摩擦角, 上覆岩体具备沿滑移面下滑的条件。但滑移面下部未临空致使顺层下滑受阻 (如河谷谷底、岩层转缓处或斜坡坡角大于岩层倾角的转折处), 造成坡脚附近顺层板梁岩体承受后部传来的纵向压应力, 在一定条件下将发生屈曲变形^[1]。

该类变形破坏可分为轻微弯曲阶段, 强烈弯曲隆起阶段, 以及最后的切出面贯通阶段^[1]。轻微弯曲阶段属初始弯曲, 板梁基本处于弹性状态, 而隆起通常发生在整个边坡的近坡脚而又略高于坡脚的部位 (图 1)。

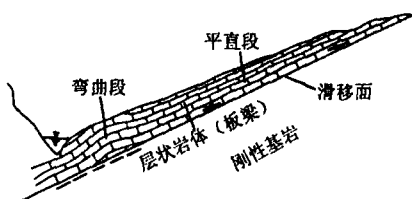


图 1 层状岩体顺层滑移 - 弯曲变形^[1]

Fig 1 Sliding-bending deformation of bedded rock slopes^[1]

因此, 板梁可分为下部的弯曲段和上部的平直段两部分。考察等厚板梁弯曲段在顶端轴向压力与梁体自重联合作用下, 且梁端受某些约束时的变形及相应的位移边界条件, 以及力的边界条件。

由于板梁底部一般位于河谷谷底等具有嵌固作用的地形处, 因此梁下端的位移和转动均被约束, 可视作固定端 (图 2 中的 A 处截面), 此处纵向 (顺坡向) 与横向 (坡面法向) 位移均为 0, 转角也为 0, 截面存在弯矩。

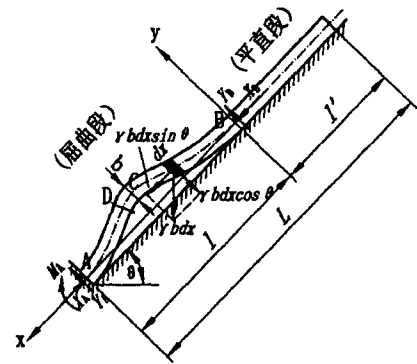


图 2 弯曲变形形态及其力学分析模型

Fig 2 Mechanical model of sliding-bending deformation

从 A 端顺坡往上, 板梁逐渐按 S 形弯曲至峰值 (C 截面), 再逐渐呈反 S 形弯曲回复, 直至在斜坡 B 截面处恢复到平直状态, 即此时弯曲曲率减小到正好为 0。因此 B 截面处为弯曲段与平直段的交界截面, 横向位移为 0, 转角为 0, 曲率也为 0。

特别地, B 处板梁仅受下覆刚性基岩的单面位移约束 (即只能向坡外弯曲), 因此不能存在转动约束, 且弯曲曲率为 0。由曲率与弯矩的数学关系可知 B 截面弯矩应为 0, 否则平直段底端会从基岩扩离, 即弯曲段顶端位置会向坡上发展。但以形成反 S 形弯曲所需受力形式可分析, 对于弯曲段顶端, 此处存在指向坡面外法向的剪力 (即 Y_B)。

可见, 板梁滑移 - 弯曲变形与普通的压杆稳定模式 (两端铰支或固定) 有很大区别。B 端无弯矩、无转动, 及在纵向、横向的自重应力联合作用下挠曲线关于隆起峰值点不对称, 是真实地质体在该模式下的变形与受力的显著特点。

2 静力分析与挠曲线微分方程

建立坐标系于图 2 原点设于弯曲段顶端 B, x 轴正向指向固定端 A, y 轴正向为坡面的外法向。

挠曲线方程以板梁中性轴曲线 $y(x)$ 表示。

板梁平直段的下滑力轴向施加于弯曲段顶端, 弯曲段亦应考虑自重。由于在板梁弯曲后, 弯曲段层间将出现虚脱和空腔^[1], 因此对弯曲段的力学分析可暂不考虑层间摩擦和粘聚力。

在顺层岩层走向与边坡走向基本相同情况下, 按单宽板梁分析, 系平面应变问题。设板梁厚 b , 弹性模量 E (无限制下), 单宽截面惯性矩 I , 泊松比 μ , 重度 γ , 岩层倾斜角 θ , 板梁与基岩结构面摩擦角 φ ($\varphi < \theta$), 内聚力 c , 板梁全长 L , 弯曲段长 l 则平直段长 $l \leq L - b$ 。

按前文分析的位移边界约束条件可得

$$x = 0 \text{ (B点处)}: y = 0, y' \neq dy/dx = 0 \quad (1)$$

$$x = l \text{ (A点处)}: y = 0, y' \neq 0 \quad (2)$$

图 2 所示坐标系下, 设使板梁上凸的弯矩为正。考虑平面应变条件下, 弯曲变形曲率 ρ 与弯矩的关系式 $\frac{1}{\rho} = \frac{y''(x)}{[1 + y'(x)^2]^{3/2}} = -\frac{M(x)(1 - \mu^2)}{EI}$, 可以得到力的边界条件 (二阶导数对应于弯矩)

$$x = 0, y'' = d^2 y/dx^2 = 0 \quad (3)$$

而在 $x = l$ 处, $y'' \neq 0$

以弯曲段为研究对象, A 截面存在弯矩 M_A 、轴力 X_A 、剪力 Y_A ; B 截面存在轴力 X_B 和剪力 Y_B 。弯曲段自重分解为 x 向和 y 向两部分。

分别沿 x 向、 y 向及对 A 点取矩, 建立力与弯矩的静力平衡方程

$$X_B + \gamma b l \sin \theta - X_A = 0 \quad (4)$$

$$Y_A + Y_B - \gamma b l \cos \theta = 0 \quad (5)$$

$$Y_B l + \gamma b \sin \theta \int_0^l y dx - \gamma b l^2 \cos \theta / 2 - M_A = 0 \quad (6)$$

其中, B 端所受轴向压力 $X_B = [\gamma b (\sin \theta - \cos \theta \tan \varphi) - c] \times (L - l)$, 即板梁平直段产生的总下滑力。由静力平衡方程 (4) ~ (6) 确定了一个超静定问题。

下面建立弯曲段的挠曲线微分方程, 考察板梁任意截面的力矩。在任意截面 D, 中心坐标为 $(x, y(x))$, D 截面以上的弯曲段力系对该截面的正弯矩 $M_D(x) = X_B y(x) + \gamma b x^2 \cos \theta / 2 - Y_B x - \gamma b \sin \theta \int_0^x [y(\xi) - y(\xi)] d\xi$

由弯曲变形曲率与弯矩关系, 得挠曲线满足的曲率 - 弯矩微分方程

$$\frac{EI y''(x)}{[1 + y'(x)^2]^{3/2} (1 - \mu^2)} = Y_B x + \gamma b \sin \theta x y(x) - X_B y(x) - \gamma b x^2 \cos \theta / 2 - \gamma b \sin \theta \int_0^x y(\xi) d\xi \quad (7)$$

该式为含变上限积分的微分方程, 可通过对 x 求导化为三阶非线性微分方程

$$\frac{EI}{(1 - \mu^2)} \times \frac{y^{(3)}(x) [1 + y'(x)^2] - 3y'(x) y''(x)^2}{[1 + y'(x)^2]^{5/2}} = Y_B + \gamma b \sin \theta x y(x) - X_B y'(x) - \gamma b x \cos \theta \quad (8)$$

小变形假设下, $1 + y'(x)^2 \approx 1$, (7) 式可求导化简为三阶线性微分方程:

$$EI y^{(3)}(x) / (1 - \mu^2) = Y_B + \gamma b \sin \theta x y(x) - X_B y'(x) - \gamma b x \cos \theta \quad (9)$$

实际上, 为适应变形的协调, 弯曲段长度 l 也是一待定变量。分析式 (8)、(9), 三阶微分方程共有 5 个边界条件, 即式 (1) ~ (3), 除可确定 3 个待定积分常数外, 还可以确定两个变量 Y_B (超静定冗余力) 与弯曲长度 l 。因此微分方程的解是封闭的, 但其解析求解涉及待定量 Y_B 与 l 的耦合, 如式 (6), 属于一种非线性问题, 无疑是困难的, 尤其在大挠度平衡式 (8) 情况下。

特别指出, B 端剪力 Y_B 对所研究截面 D 的力矩有重要影响, 在建立曲率 - 弯矩微分方程时应予以重视, 这也体现从地质原型出发分析梁端边界条件的必要性。

当然, 在弯曲平衡挠曲线得到之后, 其后屈曲特性可以精确探讨。但实际中, 地质问题不等同于力学问题, 其关心的是失稳临界条件的取得, 尤其需要便于野外应用的临界判据。

3 屈曲临界条件的能量法近似求解

3.1 坐标函数与挠曲线的近似逼近

力学概念上, 前述板梁弯曲属于非线性的结构超静定问题, 变量众多, 对静力法 (8)、(9) 式的解析求解是比较困难的。但鉴于由地质原型可确定弯曲段长度和大致挠曲位置, 用能量法近似求解较为方便, 以避免上述求解困难。但其精度关键是须先找到能满足梁端位移条件并满足力的梁端条件的坐标函数 $f(x)$, 也就是挠曲线的基底函数。

Ritz 在研究振动问题时提出, 可以用一组满足边界条件的坐标函数 (相互线性无关) 的线性组合来代替挠曲线^[14]

$$y(x) = \sum_{i=1}^n a_i f_i(x) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

式中 a_i ——幅值 (独立参数), 共 n 个; $f_i(x)$ ——坐标函数, 相互线性无关。

采用独立参数, 可将无限次自由度体系化为有限次自由度体系。代表幅值的独立参数取得越多, 线性组合表示出的挠曲线越精确。但一般为计算方便, 取两个独立参数即可。

对于前述地质原型的特殊弯曲形态, 发现以高次多项式表示坐标函数比较方便和贴切。经试算

$$f_1(x) = l^3 x^3 - 3lx^5 + 2x^6 \quad (11a)$$

$$f_2(x) = l^3 x^3 - 2l^2 x^4 + k^5 \quad (11b)$$

$$f_3(x) = 2l^3 x^3 - 3l^2 x^4 + x^6 \quad (11c)$$

均满足坐标函数的力与位移边界条件 (1) ~ (3)。

上述 6 次多项式能满足地质原型的特殊弯曲形态和边界条件, 且是满足这些条件所需的最低次多项式。将以上函数无量纲 (归一化) 后一齐绘于图 3 可以看出, 在满足力与位移边界条件情况下, 各曲线形式差别不大。但特点均为曲线不对称, 弯曲峰值出现在弯曲段下部 $0.35l \sim 0.4l$ 处, 与通常所见地质原型比较符合 (挠度最大出现在弯曲段中部稍往下的位置^[11]), 用作位移模式将误差较小。

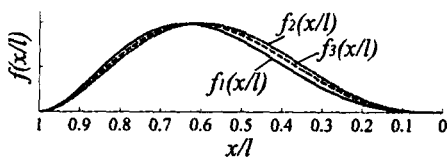


图 3 坐标函数形态

Fig 3 Mode of deformation functions

当然, 满足弯曲形态和边界条件的 6 次多项式还有一些有待寻找, 但由图 3 看出, 坐标函数的曲线形状已基本满足地质原型的要求。而且, 能量方法作为一种近似求解, 取较低次数的多项式坐标函数、较少的独立参数是可行的。

讨论轻微弯曲情况。则挠曲线微分方程 (9) 由边界条件可推得梁端的补充边界条件式

$$\begin{cases} EIY^{(3)}(0)/(1-\mu^2) = Y_B \\ EIY^{(3)}(l)/(1-\mu^2) = Y_B - \gamma b l \cos\theta \end{cases} \quad (12)$$

可见, 此三阶导数条件对应于剪力边界。

将 (11) 各式代入补充边界条件 (12), 发现 $f_2(x)$ 、 $f_3(x)$ 使 (12) 两式之比相对较小, 即更符合小剪力差的小挠度要求。利用 $f_2(x)$ 、 $f_3(x)$ 作为坐标函数, 将其线性组合 $y(x) = a_2 f_2(x) + a_3 f_3(x)$ 代入 (12), 消去 Y_B , 反解出近似挠曲线

$$y(x) = a_3 f_3(x) - 4a_3 f_2(x) - \frac{\gamma b \cos\theta (1-\mu^2)}{12l^2 EI} f_2(x) \quad (13)$$

可见, 该式在弯矩条件 (3) 的基础上满足更高阶 (三阶) 的力边界条件, 可进一步提高对实际挠曲线的符合性。

3 2 势能泛函计算

对于板梁类的微弯挠曲问题, 一般忽略微小的剪切应变能与轴向压缩应变能, 且按线弹性处理。

以最初平直为起始状态, 板梁的弯曲弹性应变能为泛函

$$\begin{aligned} U &= \int_0^l \frac{EI}{2(1-\mu^2)} \left(\frac{1}{\rho} \right)^2 dx \\ &= \int_0^l \frac{EI}{2(1-\mu^2)} \frac{y''(x)^2}{[1+y'(x)^2]^3} dx \end{aligned} \quad (14)$$

即 U 是弯曲形状函数 $y(x)$ 的函数。

等厚板梁微弯时, (14) 式化简为

$$U = \frac{EI}{2(1-\mu^2)} \int_0^l y''(x)^2 dx \quad (15)$$

板梁微弯曲时, 轴向任意位置 ξ 的轴向位移量表示为 $\delta(x) = \frac{1}{2} \int_0^l y(\xi)^2 d\xi$, 在弯曲段梁的顶端 B 处 ($x=0$), 总缩短量即为 $\Delta = \frac{1}{2} \int_0^l y(x)^2 dx$ ^[13]。

荷载势能是荷载在其相应位移上所做的功的负值。板梁滑移 - 弯曲变形的荷载势能由三部分组成:

(1) 平直段作用于弯曲段梁顶端的轴向压力 X_B 的荷载势能, 为 X_B 力在杆端轴向总缩短量上的功的负值

$$U_1 = -X_B \times \Delta = -\frac{X_B}{2} \int_0^l y(x)^2 dx \quad (16)$$

注意此表达式仅为 X_B 在梁顶端向 x 正方向移动时成立, 而不描述弯曲段反弹情况。

(2) 自重应力 x 向分量的荷载势能, 为 x 向的自重应力 $\gamma b \sin\theta dx$ 在作用点处位移量 $\frac{1}{2} \int_0^l y(\xi)^2 d\xi$ 所做微功的全弯曲段积分的负值

$$U_2 = -\frac{\gamma b \sin\theta}{2} \int_0^l \int_0^l y(\xi)^2 d\xi dx \quad (17)$$

(3) 自重应力 y 向分量的荷载势能, 为自重应力 y 向分量 $\gamma b \cos\theta dx$ 在作用点处法向位移 ($-y$ 方向) 上所做微功的全弯曲段积分的负值

$$U_3 = \gamma b \cos\theta \int_0^l y(x) dx \quad (18)$$

总势能泛函 $\Pi = U + (U_1 + U_2 + U_3)$, 是以 a_3 为参数的弯曲形状函数 $y(x)$ 的函数。将近似挠曲线 (13) 代入式 (15) ~ (18), 得

$$\begin{aligned} \Pi(a_3) = & \frac{l}{27720} \sqrt{\frac{lEI}{1-\mu^2}} (7920a_3^2 + 11880a_3C + 4752C^2) - \\ & X_B l^4 (172a_3^2 + 242a_3C + 88C^2) - \\ & \gamma b l^5 \sin\theta (100a_3^2 + 146a_3C + 55C^2) - \\ & \gamma b \cos\theta (660a_3 + 462C) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{式中 } C = \frac{\gamma b \cos\theta (1 - \mu^2)}{12l^2 EI}.$$

3.3 势能泛函变分与临界条件探讨

以最初平直为起始状态,由功能守恒,在微弯平衡点势能泛函 $\Pi = Q$ 临界平衡还要求在平衡点附近小邻域内,势能泛函一阶变分 $\delta\Pi = 0$ 而稳定平衡则要求该邻域附近二阶变分 $\delta^2\Pi > 0$ 实际上,当 $\delta^2\Pi = 0^+$ 时, $\Pi - a_3$ 曲线的曲率很小,使平衡域扩大,因而一阶变分 $\delta\Pi = 0$ 条件在较大范围内均可自然满足(图4),这样可以描述失稳临界条件。因此,对于所关心的稳定性,可以以反映整个势能泛函性状的二阶变分 $\delta^2\Pi$ 是否大于 0 来判断。

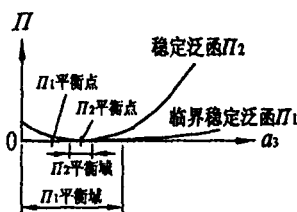


图4 临界稳定与平衡

Fig 4 The critical stability and the critical balance

特别,临界失稳时, $\delta^2\Pi = 0$ 那么

$$\begin{aligned} \delta^2\Pi &= \delta^2\Pi/\delta a_3^2 \\ &= \frac{l}{27720} \sqrt{\frac{lEI}{1-\mu^2}} [15840 - \\ & 344X_B l^4 - 200\gamma b l^5 \sin\theta] \end{aligned} \quad (20)$$

因此稳定临界条件 $\delta^2\Pi \geq 0$ 等价于应满足

$$1980 \frac{EI}{1-\mu^2} - 43X_B l^2 - 25\gamma b l^3 \sin\theta \geq 0 \quad (21)$$

其中, $I = b^3/12$ (单宽下)。

由式(21)可得出弯曲长度、梁端压力及重度、岩层厚度的临界值关系。可以看出,稳定临界条件与 l 成三次方关系,因此弯曲长度在屈曲稳定性中占有重要地位。

以临界弯曲长度 l_{cr} 作为判据,可得其计算式

$$\begin{aligned} 165Eb^3/(1-\mu^2) &= 43[\gamma b(\sin\theta - \cos\theta \tan\varphi) - \\ & c]L l_{cr}^2 - [\gamma b(18\sin\theta - \\ & 43\cos\theta \tan\varphi) - 43c]l_{cr}^3 \end{aligned} \quad (22)$$

此三次方程可用试算法逼近,得到判据 l_{cr} 的值。

即当弯曲长度 $l > l_{cr}$ 时,屈曲失稳必将发生。

4 实例与讨论

1 雅砻江下游霸王山,由灯影灰岩组成的顺层边坡,坡总长 $L = 1462$ m,破坏前弯曲长度 $l = 1202$ m,岩层厚度 $b = 10$ m,倾角 $\theta = 40^\circ$,重度 $\gamma = 27$ kN/m³,弹性模量 $E = 50000$ MPa,泊松比 $\mu = 0.25$,结构面的内摩擦角 $\varphi = 17^\circ$,内聚力 $c = 0.04$ MPa,该边坡发生了屈曲破坏^[3]。

坡梁 B 端单宽轴向压力 $X_B = 18283$ kN。各数据代入式(21),得 $\delta^2\Pi > 0$ 边坡本来在微弯状态仍是弹性稳定的。但若数据代入式(22)计算临界弯曲段长度,则 l_{cr} 为 1210 m,与弯曲长度 l 非常接近(仅长出 0.67%),说明边坡屈曲破坏前微弯状态的稳定性非常有限,因此具有发生屈曲的基本条件。

2 黄河上游李家峡水电站坝前 2[#]滑坡,处于典型滑移-弯曲变形破坏模式的累进弯曲变形阶段^[11]。坡总长 $L = 377$ m,多层顺层结构,变形岩层的厚度 $b = 1.5$ m, $\theta = 45^\circ$, $\gamma = 27$ kN/m³,平变弹性模量 $E/(1-\mu^2) = 60000$ MPa 左右,结构面 $\varphi = 29^\circ$, $c = 0.05$ MPa(按文献[11])。

考虑虚脱效应,可按单层分析,由式(22)得临界弯曲段层间长度 $l_{cr} = 367$ m,基本等于坡全长 L 。因此整个边坡板梁基本处于屈曲失稳边缘状态,但正缓慢向失稳状态演化。

特别地,地质体处在自然营力荷载作用下,弯曲段结构面的水压力或地震力对稳定性存在不利作用^[2],将促使屈曲破坏的发生。从地质体演化的观点,顺层边坡在破坏前均应处于少许稳定或失稳边缘状态,屈曲是因偶然的荷载而诱发,否则边坡根本不能形成,或一天也站不住^[2]。因此对于发生屈曲破坏的顺层边坡,反算出 l_{cr} 与 l 较为接近或稍 $> l$ 是合理的。

实际上,若计算得到的 l_{cr} 与 l 的相对差值较小,应注意发生滑移弯曲累进破坏的可能性。

5 结语

在以往对滑移-弯曲失稳的研究中,所建力学模型的边界条件和变形形态与地质原型关系的符合性较差,将影响挠曲线微分方程的正确建立和对临界屈曲失稳的合理分析。

1 本文通过对地质原型变形形态的分析,抽象

出较符合实际的弯曲变形曲线模式与边界条件 (1) ~ (3) 式, 并以静力平衡下的弯矩 - 曲率关系, 建立了确定精确弯曲曲线的适定微分方程 (8)、(9) 式, 理论上封闭可解。

2 鉴于该微分方程存在非线性, 解析求解困难, 采用了能量法考察微弯平衡的稳定性。从弯曲长度可测知的实际出发, 以上述边界条件拟定较为符合实际且简便的多项式坐标函数, 用其线性组合式 (13) 逼近挠曲线, 并满足挠曲线微分方程 (9) 式的三阶剪力边界条件。通过分析势能泛函变分, 确定了滑移 - 弯曲破坏的临界条件不等式 (21)。

3 推导了滑移 - 弯曲失稳临界弯曲长度 l_{cr} 计算式 (22), 适于简便估算判据 l_{cr} 。

4 通过实例验证, 临界弯曲长度计算值 l_{cr} 与破坏前的微弯长度 l 基本相等, 符合地质体在破坏前应处于失稳边缘状态的客观实际。

由于地质体的复杂性, 本文力学、数学模型较为粗糙, 然重点提出了从地质原型变形形态抽象出其受力约束及相应边界条件的概念和方法, 使变形与受力关系相符性作为地质体力学模型推导的切入点。

能量法的精度依赖于较精确的弯曲变形曲线, 进一步探索建立的含大挠度三阶非线性微分方程 (8) 式的超静定问题的解析解, 可对能量法的准确运用提供基础。

参考文献 (References)

- [1] Zhang Zhuoyuan, Wang Shitian, Wang Lansheng. Principle of engineering geology analysis (2nd edition) [M]. Beijing: Geologic Press, 1994. 111, 327~331 [张倬元, 王士天, 王兰生. 工程地质分析原理 (第二版) [M]. 北京: 地质出版社, 1994. 111, 327~331]
- [2] Liu Jun. The estimating method for buckling yield of stratified rock slopes [J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 1997, (6): 37~41 [刘钧. 顺层边坡溃层问题的计算方法 [J]. 水文地质工程地质, 1997, (6): 37~41]
- [3] Sun Guangzhong. Mechanics of rock mass structures [M]. Beijing: Science Press, 1988. 339~362 [孙广忠. 岩体结构力学 [M]. 北京: 科学出版社, 1988. 339~362]
- [4] Q in Siqing, Zhang Zhuoyuan, Wang Shitian, et al. An introduction to nonlinear engineering geology [M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1993. 58~61 [秦四清, 张倬元, 王士天, 等. 非线性工程地质学导引 [M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1993. 58~

- 61]
- [5] Liu Xiaoli, Zhou Depei. Stability analysis of layered dip rocky slopes with elastic plane theory [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2002, 23(2): 162~165 [刘小丽, 周德培. 用弹性板理论分析顺层岩质边坡的失稳 [J]. 岩土力学, 2002, 23(2): 162~165]
- [6] Lv Meijun, Yan Echuan. Structure stability analysis for rock mass consequent slope [J]. *Earth and Environment*, 2005, 33(Suppl): 285~289 [吕美君, 晏鄂川. 顺层边坡岩体结构稳定性分析 [J]. 地球与环境, 2005, 33(增刊): 285~289]
- [7] Li Yunpeng, An Xiaoning, Wang Zhiyin. Displacement criterion of structure stability for rock mass slope by considering different tensile-compressive behavior [J]. *Journal of Xi'an Highway University*, 1999, 19(4): 15~17 [李云鹏, 安晓宁, 王芝银. 考虑不同拉压特性的边坡岩体结构稳定性位移判据 [J]. 西安公路交通大学学报, 1999, 19(4): 15~17]
- [8] Wang Zhiyin, Yang Zhifan, Li Yunpeng, et al. On bifurcate catastrophic behavior of structural deformation for bedding rock slope [J]. *Journal of Xi'an Mining Institute*, 1999, 19(3): 203~207 [王芝银, 杨志法, 李云鹏, 等. 顺层边坡岩体结构变形分叉灾变特性研究 [J]. 西安矿业学院学报, 1999, 19(3): 203~207]
- [9] Li Yunpeng, Yang Zhilin, Wang Zhiyin. Displacement theory of structure stability for rock mass bedding slope [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(6): 747~750 [李云鹏, 杨治林, 王芝银. 顺层边坡岩体结构稳定性位移理论 [J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(6): 747~750]
- [10] Yang Zhilin. Research on mode amplitude for side slope with stratified rock mass [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, 24(5): 764~766, 770 [杨治林. 顺层边坡岩体结构的模态幅值研究 [J]. 岩土力学, 2003, 24(5): 764~766, 770]
- [11] Huang Hongbo, Fu Wenxi, Shang Yuequan, et al. Analysis of buckling yielding rupture of stratified rock slopes [J]. *Journal of Mountain Science*, 2003, 21(1): 96~100 [黄洪波, 符文熹, 尚岳全, 等. 层状岩质边坡的屈曲破坏分析 [J]. 山地学报, 2003, 21(1): 96~100]
- [12] Zhu Hanyan, Ma Meiling, Shang Yuequan. Analysis of buckling failure of consequent rock slope [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2004, 38(9): 1144~1149 [朱晗旻, 马美玲, 尚岳全. 顺倾向层状岩质边坡溃屈破坏分析 [J]. 浙江大学学报 (工学版), 2004, 38(9): 1144~1149]
- [13] Zhang Huimei, Li Yunpeng, Yang Zhilin. Displacement criteria of structure stability for rock mass bedding slope [J]. *Journal of Xi'an University of Science and Technology*, 2004, 24(4): 430~433, 437 [张慧梅, 李云鹏, 杨治林. 顺层边坡岩体结构稳定性位移判据的研究 [J]. 西安科技大学学报, 2004, 24(4): 430~433, 437]
- [14] Li Cunquan. Structural stability and inner force [M]. Beijing: People's Communications Press, 2000. 62~64 [李存权. 结构稳定和稳定内力 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2000. 62~64]

Studies on Estimate of Sliding-bending Rupture of Bedded Rock Slopes

JIANG Liangwei HUANG Runqiu

(College of Environmental & Civil Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059 China)

Abstract When the slopes' foot was fixed, the middle-dipping to steep-dipping angle bedded rock slopes may take place a sort of destabilization named sliding-bending deformation and buckling yielding rupture. In former studies, the confining conditions and curving shapes in mechanical models were not according with the prototype slopes preferably. In fact, the rational boundary conditions and curving shapes are important to establish differential equation for bending equilibrium state and to analyze the critical condition of buckling. According to the investigated deforming state of prototype slopes in-situ, the buckling mode of curve and the confining conditions was analyzed. It is indicated that the bending curve is not asymmetrical and there will not have moment of flexure on the top of the bending section. Based on a slantwise constant thick beam which foot is fixed, and took deadweight of bending section to account, a theoretical differential equation of third order for buckling equilibrium state was established. As bending length and deformation state can be deserved in prototype slopes, a convenient and rational approximate polynomial bending curve was put forward, which accord with the confining boundary conditions preferably. By means of potential energy method, the criterion for equilibrium stability was put forward, and the critical bending length can be deserved. Its applications accord to practice projects to a certain extent.

Key words layer structure; bedded rock slope; sliding-bending; stable condition; potential energy method