

# 层状岩质边坡的屈曲破坏分析

黄洪波<sup>1</sup>, 符文熹<sup>1</sup>, 尚岳全<sup>1</sup>, 聂德新<sup>2</sup>

(1. 浙江大学 土木工程学系 浙江 杭州 310027; 2 成都理工大学 工程地质研究所, 四川 成都 610059)

**摘 要:** 本文根据多层层状结构岩质边坡的屈曲破坏模式, 建立了相应的力学模型, 从理论上对这种形式的破坏机理进行了研究, 得出了相应力学模型的挠曲曲线的理论解。对具体工程实例的应用表明, 本文的研究成果不仅能解决具体工程问题, 而且有助于深入理解该类边坡的屈曲破坏机理。

**关键词:** 层状岩石边坡; 顺层斜坡; 屈曲破坏; 边坡稳定性

**中图分类号:** P642. 5; X141

**文献标识码:** A

## 1 前 言

岩体的破坏除了岩块的材料破坏, 即张破裂和剪破坏外, 还存在着“层状结构”的滑移屈曲破坏, 如图 1 所示。在这类破坏模式下, 结构的变形远大于材料的变形。对于层状结构的顺层岩质边坡, 其滑移屈曲变形破裂就是层状板裂结构的一种典型破坏模式<sup>[1]</sup>。有关这类变形破坏模式的报导很多, 如已建的位于黄河上游的李家峡水电站坝前的 2<sup>#</sup> 滑坡、在建的位于四川白水江的汉平坝水电站坝前左岸的汉平坝滑坡、拟建的位于雅龙江上游的锦屏水电站右岸边坡都有这类变形破裂现象。所以, 揭示这类边坡变形破裂机理, 对于正确分析评价其稳定性和采取合理的处治方案设计具有重要的指导意义。而目前所做的研究大多是一些定性的研究, 定量研究相对较少。同时定量方面的研究往往也存在着以下问题: 1. 受力分析或具体计算中, 为便于计算而忽略掉岩体所受的一些作用力, 尤其是忽略了摩阻力和粘聚力及其附加力偶的影响, 造成计算结果与实际存在一定偏差<sup>[1~4]</sup>; 2. 将挠曲岩体分成两部分, 将上半部分对下半部分的作用仅考虑为一集中力, 而下半部分则是仅在该集中荷载作用下进行屈曲分

析, 以此求得临界坡长<sup>[1~4]</sup>。实际上由于挠曲曲线是一连续函数, 上下两部分之间不存在较大的差异, 同时, 下半部分岩体在屈曲时是受多种荷载同时作用的, 所以这样处理对计算结果会有一定影响; 3. 往往是在假定一个屈曲状态的基础上进行的研究<sup>[1~4]</sup>, 即在人为假定的一个屈曲函数基础上进行的。这相当于从全部可能位移状态中只考虑其中的

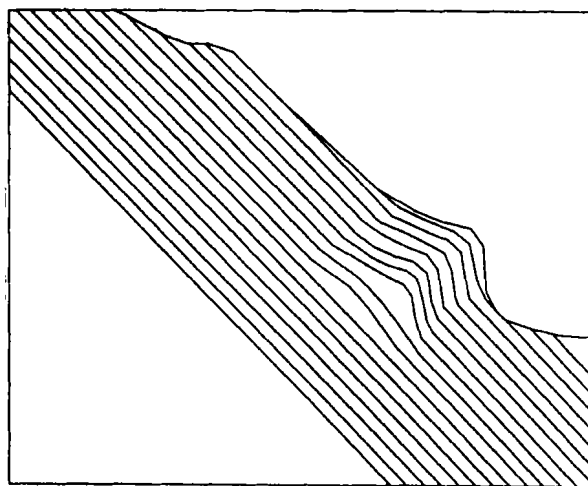


图 1 顺层边坡滑移屈曲变形破坏示意图<sup>[4]</sup>

Fig. 1 Sketch map of sliding and yielding rupture failure of bedding slopes<sup>[4]</sup>

收稿日期(Received date): 2002—11—6。

基金项目(Foundation item): 国家自然科学基金资助项目(49972091)[The Item is Funded by National Natural Science Foundation of China (No. 49972091)]

作者简介(Biography): 黄洪波(1977—), 男(汉族), 浙江省嵊州人, 现为浙江大学土木工程学系硕士研究生。[HUANG Hong-bo(1977—), Male, the Han Nationality, Born in Shengzhou City, Zhejiang Province. Graduate Student of Civil Engineering Department, Zhejiang University.]

一部分, 增加了某种约束, 也就是减小了研究对象的自由度, 从而体系抵抗失稳的能力就会有所提高。因此, 以往的研究所得的临界荷载、临界坡长只是实际临界荷载、临界坡长的一个上限。

本文根据层状结构岩质边坡的屈曲破坏模式的概念模型, 从力学机理入手建立了相应的力学模型, 并求得了其挠曲曲线的精确解。实例验证表明, 该力学模型及其挠曲曲线的理论解是符合实际工程情况并且切实可行。同时, 本文的研究有助于深入理解该类边坡的屈曲破坏机理, 为采取合理的处治措施提供力学依据。

## 2 力学分析

### 2.1 弹性曲线微分方程的建立

首先假定这种顺层层状结构边坡岩体为: 岩层厚度相对坡长较小; 岩层走向与边坡走向基本接近; 岩层变形较小, 故可按小变形理论分析受力并求解; 坡面相对于岩层厚度较宽, 故可以把岩层的弯曲变形作为平面应变问题来分析。

针对层状结构岩质边坡的破坏模式及上述假定, 在研究其滑移屈曲变形破坏的力学机理时, 视岩层为放置在斜坡上的单位宽度的板梁, 如图 2 所示。设岩层的密度为  $\rho$ , 弹性模量为  $E$ , 层厚为  $b$ , 长度为  $L$ , 板梁结构的岩层横截面关于中性轴的惯性距为  $I$ , 岩层间的内摩擦角和内聚力分别为  $\varphi$  和  $c$ , 顺层边坡的坡角为  $\theta$ , 并建立图 2 的坐标系。

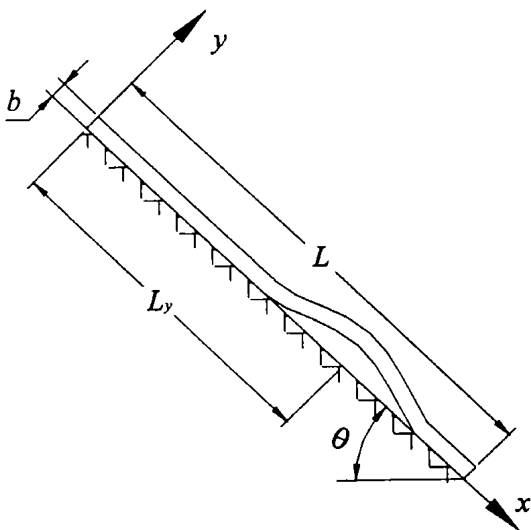


图 2 顺层边坡滑移屈曲变形的力学分析模型

Fig 2 Mechanical analysis model of sliding and yielding rupture failure of bedding slopes

由于其它层岩体与表层受力情况不同, 要多受到其上一层传来的作用力 (图 3), 故在  $x$  截面处各取一长度为  $dx$  的微元, 分别进行分析。

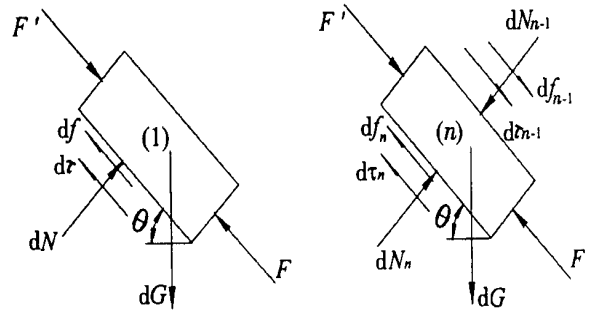


图 3 顺层边坡岩梁的微元受力分析

Fig 3 Mechanical analysis of rock beam element of bedding slopes

### 3.1 表层板状结构岩体

由于该类边坡屈曲破坏通常是从表层开始的, 下面先对表层进行受力分析。

对于表层层板状结构岩体, 其受力如图 3a 所示。该微元除受到自身重力  $dG = \rho b g dx$  外, 还在边坡法向上受到下一层对其作用的法向力  $dN = dG \cos \theta = \rho b g \cos \theta dx$ 。顺坡方向上除受到上下微元对其的作用力  $F'$ 、 $F$  外, 由于各板状结构岩体间存在层间错动, 故还受到层间的摩擦力  $df = dN \tan \varphi = \rho b g \cos \theta \tan \varphi dx$  及粘聚力  $d\tau = c dx$ 。

故  $x$  处截面上所受的顺坡向荷载  $F$  为

$$F = \int_0^x [dG \sin \theta - (df + d\tau)] = (\rho b g \sin \theta - \rho b g \cos \theta \tan \varphi - c) x \quad (1)$$

由于摩擦力和粘聚力是作用在板梁的底面上, 其等效成轴心力所引起的附加弯矩  $M'$  为

$$M' = \int_0^x \frac{b}{2} (df + d\tau) = \frac{b}{2} (\rho b g \cos \theta \tan \varphi + c) x \quad (2)$$

同时, 法向力引起的弯矩  $M''$  为

$$\begin{aligned} M'' &= \int_0^x (x-l) dN^2 \\ &= \int_0^x (x-l) \rho b g \cos \theta dl \\ &= \frac{1}{2} \rho b g \cos \theta x^2 \end{aligned} \quad (3)$$

故  $x$  处截面上所受的弯矩  $M$  为

$$\begin{aligned} M &= M' + M'' \\ &= \frac{b}{2} (\rho b g \cos \theta \tan \varphi + c) x + \frac{1}{2} \rho b g \cos \theta x^2 \end{aligned} \quad (4)$$

则  $x$  处截面的弹性曲线近似微分方程为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{Fy - M}{EI} \\ &= -\frac{1}{EI}(\rho b g \sin \theta - \rho b g \cos \theta \operatorname{tg} \varphi - c) + \\ &\quad \frac{1}{2EI}(\rho b g \cos \theta \operatorname{tg} \varphi + c)x + \\ &\quad \frac{1}{2EI}\rho b g \cos \theta x^2 \end{aligned} \quad (5)$$

由于边坡顺层滑移屈曲变形破坏中,在坡体中上部岩层以沿层面倾向方向的滑动变形为主,而沿层面法向方向的变形却受到限制。而位于坡脚的岩层却因无临空的地形条件,其变形受到约束。显然,可以取板梁状的岩层的边界条件为

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \quad \text{及} \quad \begin{cases} x=L \\ y=0 \end{cases} \quad (6)$$

### 3.2 第 $n$ ( $n \geq 2$ ) 层板状结构岩体

对于第  $n$  ( $n \geq 2$ ) 层板状结构岩体,其受力情况与第一层略有区别,较第一层要多受到  $n-1$  层传来的摩阻力和粘聚力,如图 3b 所示。有

$$\begin{aligned} dN_{n-1} &= (n-1)dG \cos \theta \\ &= (n-1)\rho b g \cos \theta dx \end{aligned} \quad (7)$$

$$dN_n = n dG \cos \theta = n \rho b g \cos \theta dx \quad (8)$$

$$df_{n-1} = dN_{n-1} \operatorname{tg} \varphi = (n-1)dG \cos \theta \operatorname{tg} \varphi \quad (9)$$

$$df_n = dN_n \operatorname{tg} \varphi = n dG \cos \theta \operatorname{tg} \varphi \quad (10)$$

$$d\tau_n = d\tau_{n-1} = c dx \quad (11)$$

故  $x$  处截面所受的顺层向荷载及弯矩为

$$\begin{aligned} F &= \int_0^x [dG \sin \theta + (df_{n-1} + d\tau_{n-1}) - \\ &\quad (df_n + d\tau_n)] \\ &= (\rho b g \sin \theta - \rho b g \cos \theta \operatorname{tg} \varphi)x \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} M &= \int_0^x \left[ \frac{b}{2} (df_{n-1} + d\tau_{n-1} + df_n + d\tau_n) + (x-1)dN \right] \\ &= \left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \rho b^2 g \cos \theta \operatorname{tg} \varphi + bc \right] x + \frac{1}{2} \rho b g \cos \theta x^2 \end{aligned} \quad (13)$$

在第  $n$  ( $n \geq 2$ ) 层中,由于其所受的有利于屈曲发生的轴向力  $F$  各层相等,而对屈曲的产生起阻止作用的  $M$  随层数的增加而增大,所以第二层要较其它各层先失稳。故实际分析中只需再研究第二层的稳定性即可。

而第二层所受的轴向力  $F$  及弯矩  $M$  均较表层大,故实际分析时应按两者较不利的一个进行计算。

所以第二层  $x$  处截面的弹性曲线近似微分方程为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= -\frac{Fy - M}{EI} \\ &= -\frac{1}{EI}(\rho b g \sin \theta - \rho b g \cos \theta \operatorname{tg} \varphi)xy + \\ &\quad \frac{1}{2EI}(3\rho b g \cos \theta \operatorname{tg} \varphi + 2c)x + \frac{1}{2EI}\rho b g \cos \theta x^2 \end{aligned} \quad (14)$$

其边界条件与表层同。

### 2.2 方程的解

方程(5)和(14)的解为

$$\begin{aligned} y(x) &= \frac{bQ + Nx}{2P} + C_1 \operatorname{AiryAi} \left[ -\left( \frac{P}{EI} \right)^{\frac{1}{3}} x \right] + \\ &\quad C_2 \operatorname{AiryBi} \left[ -\left( \frac{P}{EI} \right)^{\frac{1}{3}} x \right] \end{aligned} \quad (15)$$

式中  $N = \rho b g \cos \theta$  为受到的单位长度法向力;  $C_1$ ,  $C_2$  为待定系数,由边界条件(6)得

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{-\sqrt{3}bQ - \sqrt{3}NL + 3^{\frac{2}{3}}bQ \left[ \frac{2}{3} \right] \operatorname{AiryBi} \left[ -\left( \frac{P}{EI} \right)^{\frac{1}{3}} L \right]}{2P \left\{ \sqrt{3} \operatorname{AiryAi} \left[ -\left( \left( \frac{P}{EI} \right)^{\frac{1}{3}} L \right) \right] - \operatorname{AiryBi} \left[ -\left( \frac{P}{EI} \right)^{\frac{1}{3}} L \right] \right\}} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{bQ + NL - 3^{\frac{2}{3}}bQ \left[ \frac{2}{3} \right] \operatorname{AiryAi} \left[ -\left( \frac{P}{EI} \right)^{\frac{1}{3}} L \right]}{2P \left\{ \sqrt{3} \operatorname{AiryAi} \left[ -\left( \left( \frac{P}{EI} \right)^{\frac{1}{3}} L \right) \right] - \operatorname{AiryBi} \left[ -\left( \frac{P}{EI} \right)^{\frac{1}{3}} L \right] \right\}} \end{aligned} \quad (17)$$

式中  $\operatorname{AiryAi}(x)$ ,  $\operatorname{AiryBi}(x)$  为 Airy 函数,  $\Gamma(x)$  为伽马函数<sup>[4]</sup>;

对于表层,其  $P$ 、 $Q$  的取值分别为,为表层受到的单位长度盈余下滑力;其中  $T = \rho b g \sin \theta$ , 为表层受到的单位长度下滑力;  $Q = \rho b g \cos \theta \operatorname{tg} \varphi + c$ , 为单位长度阻滑力,即单位长度摩阻力和单位长度粘聚力之和。

对于第二层,其  $P$ 、 $Q$  的取值分别为  $P = \rho b g \sin \theta - \rho b g \cos \theta \operatorname{tg} \varphi$ , 为第二层受到的单位长度盈余下滑力;  $Q = 3\rho b g \cos \theta \operatorname{tg} \varphi + 2c$ , 为第二层受到的单位长度阻滑力的代数和。

此即为该边坡的弹性曲线方程。对于某一给定边坡,应同时考虑表层及第二层的稳定性,按最不利的计算破坏情况。

### 2.3 临界坡长 $L_{cr}$ 的求解

由于岩体的变形能  $V$  为

$$V = \int_0^{L_{cr}} \frac{1}{2} EI (y'')^2 dx = \int_0^{L_{cr}} \frac{1}{2} EI \left( -\frac{Fy - M}{EI} \right)^2 dx \quad (18)$$

而外力对岩体所作的功  $U$  为

$$U = U_F - U_N - U_M \quad (19)$$

式中  $U_F = \int_0^{L_{cr}} F \frac{1}{2} (y')^2 dx$ , 为顺坡向力  $F$  (即下滑力) 所作的功;

$U_N = - \int_0^{L_{cr}} N y dx$ , 为坡面法线方向力  $N$  所作的功;

$U_M = - \int_0^{L_{cr}} M y' dx$  为附加弯矩  $M$  所作的功;  
 $L_{cr}$  为发生屈曲破坏的临界坡长。

根据能量原理, 外力对岩体作的功  $U$  等于岩体的变形能  $V$ , 即

$$\int_0^{L_{cr}} \frac{1}{2} EI \left[ - \frac{Fy - M}{EI} \right]^2 dx - \int_0^{L_{cr}} F \frac{1}{2} (y')^2 dx + \int_0^{L_{cr}} N y dx + \int_0^{L_{cr}} M y' dx = 0 \quad (20)$$

求解式(12)即可得到发生屈曲破坏的临界坡长  $L_{cr}$ , 当求得的  $L_{cr} < L$  时, 说明该边坡会发生屈曲破坏, 而  $L_{cr} > L$  时, 则不会发生屈曲破坏。

同时, 由该类型边坡的破坏模式可知, 最后发生屈曲破坏的位置与最初发生挠曲的位置基本相同。而在最初发生挠曲的位置, 其弯曲曲线的挠度最大(图1), 即该处  $y(x)$  的导数为零。故在发生屈曲破坏时, 可以利用这一性质来求得顺层边坡最初发生屈曲的位置  $L_y$ 。

### 3 工程实例分析

为检验式(15)对该类边坡屈曲破坏机理分析的适用性, 下面对两个边坡实例进行分析。

#### 3.1 霸王山边坡<sup>[1]</sup>

霸王山边坡<sup>[1]</sup>, 位于雅砻江下游, 该山边坡为由灯影灰岩组成的顺层边坡。坡高 940m, 其间夹一层泥灰岩夹层, 经过层间错动成软弱夹层, 夹层下为巨厚层灰岩, 不可能产生深滑动。该山坡曾发生过屈曲破坏, 现按下列参数取值做一次检验分析:  $E = 50000 \text{ MPa}$ ,  $\rho = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $b = 10 \text{ m}$ ,  $I = b^3/12 = 83.3 \text{ m}^4$ ,  $\varphi = 17^\circ$ ,  $c = 0.04 \text{ MPa}$ ,  $\theta = 40^\circ$ 。

计算得该边坡的临界坡长  $L_{cr}$  为 1232m, 最初发生屈曲位置  $L_y$  为 643m。由于夹层下为不可能滑动的巨厚层灰岩, 故无需进行第二层分析。

该计算结果与实际发生的屈曲破坏位置吻合较好。

#### 3.2 黄河上游李家峡水电站坝前 2<sup>#</sup>滑坡<sup>[2]</sup>

黄河上游李家峡水电站坝前 2<sup>#</sup>滑坡位于电站上游, 根据大量的勘探资料以及现场调查分析, 该滑坡为一典型的滑移屈曲变形破裂模式下形成的滑坡。该边坡实测的岩体力学参数如下: 岩层的杨氏模量  $E = 60000 \text{ MPa}$ , 顺层挤压带摩擦系数  $\varphi = 29^\circ$ , 内聚力  $c = 0.05 \text{ MPa}$ , 边坡坡高为 267m, 岩层单层厚度  $b = 1.5 \text{ m}$ , 岩层倾角  $\theta = 45^\circ$ , 容重  $\rho = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。

由于该滑坡发生滑移屈曲破坏是受其内部的层间挤压断层控制的, 对于前  $n$  层岩体的单位下滑力为  $n \rho b g \sin \theta - n \rho b g \cos \theta \tan \varphi - c = 12.9n - 50 \text{ kN/m}^2$ 。故前四提供下滑力不足引起滑动, 前五层才可能一起沿层面滑动, 所以计算时将前五层视为一层考虑, 即取  $b = 5 \times 1.5 = 7.5 \text{ m}$  进行计算。

计算得该边坡前五层(按理论的表层进行计算)的临界坡长  $L_{cr}$  为 377m, 其最初发生屈曲位置  $L_y$  为 232m。而第六层(按理论的第二层进行计算)计算的临界坡长  $L_{cr}$  为 363m, 其最初发生屈曲位置  $L_y$  为 183m。

所以第六层岩体的稳定性较前面五层要差, 要先失稳, 但由于两者区别不大, 故实际上应为形成一剪切滑面而发生破坏。

该结果与李家峡水电站 2<sup>#</sup>滑坡典型地段已发生的滑移弯曲位置、变形破坏特征也相吻合。

因此, 本文根据层状结构边坡岩体的破坏模式抽象出的板梁力学模型所建立的临界坡长计算公式, 对分析层状岩质边坡顺层滑移弯曲变形破裂机制是合理的。

### 4 结 论

本文通过分析层状岩体的屈曲破坏模式, 考虑多种荷载共同作用, 建立了相应的力学模型, 求出了其精确解。相对于以前的一些研究成果, 由于本文的解是在直接分析受力情况下求得的, 而非假定的破坏曲线, 所以, 本文的解具有更好的精确性。在这个基础上, 又提出了临界坡长  $L_{cr}$  及最初发生屈曲的位置  $L_y$  的计算公式。工程实例表明, 该解具有较高的实用性。

本文的计算结果对实际工程具有较高的指导性。如临界坡长  $L_{cr}$  及最初发生屈曲的位置  $L_y$  的具体位置的确定, 为工程设计提供了重要的参数。实际处理该类边坡时, 可在最初发生屈曲的位置  $L_y$

处进行锚固,从该类边坡的力学分析的机理来说,这就相当于将岩体的坡长降低为  $L_y$ ,从公式(15)可知,坡长对该类边坡的稳定性起着较为重要的作用,而  $L_y$  处又是边坡最先发生屈曲的地方,因此,在该位置进行锚固是最为有效的。而临界坡长则是判断该类边坡是否稳定的一个重要判据。

由于本文只是一个初步研究,尚未考虑水和地震的作用力的影响及岩层的粘弹性变形等等,这些都有待进一步的研究。

## 参考文献(References):

- [1] Sun Guangzhong. Rockmass Structural Mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1988. 339~362. (in Chinese)[孙广忠. 岩体结构力学[M]. 北京: 科学出版社, 1988. 339~362.]
- [2] Xiao yuan, Wang Si-jing. Flexural Failure of Rockmass in Slopes[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1991, 10(4). 331~338. (in Chinese)[肖远, 王思敬. 边坡岩体弯曲破坏研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1991, 10(4). 331~338.]
- [3] Li Yunpeng, Yang Zhilin, Wang Zhiyin. Displacement Theory of Structure Stability for Rock Mass Bedding Slope[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(6): 747~750. (in Chinese)[李云鹏, 杨治林, 王芝银. 顺层边坡岩体结构稳定性位移理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(6): 747~750.]
- [4] Li Shusen, Ren Guangming, Zuo Sansheng. Mechanical Analysis of Instability Mechanism of Consequent Slope in Bedded Rockmass[J]. *Journal of Geological Hazards and Environment Preservation*, 1995, 6(2): 24~29. (in Chinese)[李树森, 任光明, 左三胜. 层状结构岩体顺层斜坡失稳机理的力学分析[J]. 地质灾害与环境保护, 1995, 6(2): 24~29.]
- [5] Wang Zhuxi, Guo Dunren. Theory of Special Functions. Beijing: Science Press, 1997: 90~130. (in Chinese)[王竹溪, 郭敦仁. 特殊函数概论[M]. 北京: 北京大学出版社, 1997: 90~130.]
- [6] Long Yuqiu, Bao Shihua. Structural Mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 1988: 70~115. (in Chinese)[龙驭球, 包世华. 结构力学教程(下册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1988: 70~115.]

# Analysis of Buckling Yielding Rupture of Stratified Rock Slopes

HUANG Hong-bo<sup>1</sup>, Fu Wen-xi<sup>1</sup>, ShANG Yue-quan<sup>1</sup>, and NIE De-xin<sup>2</sup>

(1. Civil Engineering Department, Zhejiang University, Hangzhou, 310027;

2. Institute of Engineering Geology, Chengdu University of Technology, Chengdu, 610059 China)

**Abstract:** According to the buckling yielding rupture failure mode of multi-layered stratified rock slope, a corresponding mechanics model is established, then detail researches to this failure mode is made in theory, and a theoretic equation of the yielding curve is deduced from this model. Applications indicate that the research can not only solve the practice projects, but also make a contribution to further understand of the collapse yielding rupture failure mechanism of this kind of slope.

**Key words:** stratified rock slope; bedding slope; buckling yielding rupture; stability of slope