

# 黄土高原流域水系的 HORTON 级比数和分形特性

姜永清, 邵明安, 李占斌, 王万中

(中国科学院、水种部 黄土高原土壤侵蚀与旱地农业国家重点实验室, 陕西 杨凌 712100)

**摘 要:** 研究沟道长度与汇水面积关系, 并将 Horton 定律和水路网分形理论应用于黄土高原的流域水系。24 个流域 (面积  $140\text{km}^2 \sim 7\,341\text{km}^2$ ) 沟道长度与汇水面积, 幂函数关系最好 ( $L = aA^b$ )。Horton 级比参数与水道级别无关, 近于常数。采用几种模型计算分维值, 比较国外的研究结果。不同公式计算的分维, 意义不同。公式  $d = \ln R_L / \ln R_B$  表示长度分维,  $D = 2 \ln R_B / \ln R_A$  代表面积分维。这些分维值, 在一定程度上, 可认为是常数, 但并不是精确的固定值, 它们都与沟谷密度无关, 与沟道长度或者汇水面积之间的关系不明显。

**关键词:** 分形; Horton 定律; 黄土高原; 侵蚀

中图分类号: P91; P931.1

文献标识码: A

地貌学家戴维斯 (W. M. Davis) 提出地貌演化中的分割蚀循环说, 霍顿 (R. E. Horton) 的“河流及其流域的侵蚀发育一定量形态学的水文学方法” (1945) 论文, 开创了数理地貌学研究。B. Mandelbort 研究地理现象提出自相似和分形维 (1967)<sup>[1]</sup>, 创立了分形几何学, 为侵蚀地貌发育演化和河流水系发育研究开辟了崭新领域。本文将 Horton 定律和水路网分形的理论应用于黄土高原的流域水系, 比较国外的研究结果, 探讨其特点。

## 1 流域水路网自相似和分形研究概况

### 1.1 Horton 水系组成定律

水路网结构最基本的是分枝与汇合。流域千差万别, 但在它们之间存在某种相似。Horton (1945)<sup>[2]</sup>, 研究流域侵蚀发育的定量形态, 提出水系组成定律, 即 Horton 定律。A. N. Strahler (1957)<sup>[3]</sup> 明确提出, 在匀质流域内存在几何学的相似性。Horton 定律概括为

$$Y_u = K * R^{\pm U} \quad (1)$$

式中  $U$  水道级别,  $Y_u$  是  $U$  级水道的某特征值,  $R$  是与该特征值相应的比例常数。Horton (1945) 和 Strahler (1952) 的水道数目定律是

$$N_U = R_b^{(S-U)}$$

式中  $N_U$  是  $u$  级水道数目,  $R_b$  分枝比, 匀质流域内

为常数, 几乎与水道级别无关, 一般  $R_b \geq 2$ ,  $S$  水道的最高级别。Strahler, Schumm, Morisawa 和 РЖАНИЦИН 待发展了 Horton 的学说, 特征值  $Y_u$ , 由水道数目和长度 (Horton, 1945 和 Strahler, 1952) 扩展到流域面积 (Panov, 1948 和 Schumm, 1956)、纵比降、周边长 (Zavoianv, 1985) 和流域地势等, 它们随水道级别而呈几何级数变化。水道组成的 Horton 定律, 表明水流在重力作用下随机发育的必然结果, 其基础是关于“水道等级”为中心的水道数目分配。水道背划分很重要。Horton 提出了最小的不分枝的支流为第一级, 主流为最高级。Strahler 提出, 源流作第一级, 两个同级汇合后增加一级, 否则仍属合并前的较高级别的水道级别

$$U = \text{Max}\{i, j, \text{Int}[1 + 1/2(i, j)]\} \quad (3)$$

式中  $i, j$  是水道汇合前的水道级别,  $\text{Int}$  为取整记符。一般采用回归方法求得上述关系式中的比例常数。目前认为分维与分枝比、长度和面积比等有关。

### 1.2 Mandelbrot 的分形理论

B. B. Mandelbrot<sup>[1]</sup> 动用 L. F. Richardson 关于标度  $G$  和长度测量的  $R(G)$  关系  $R(G) = M \cdot G^{1-D}$ , 提出了自相似和分形维的概念。在统计意义上, “总体 (如海岸线形态) 的第一部分都可以认为是整体标度减少的影象”, 是统计学上的自相似。自相似的方法是“研究概率现象, 包括地理学、经济学和物理学的最有潜力的工具”。尽管自然界中“真正”

收稿日期: 2001-09-20.

基金项目: 国家重大基础研究项目 (G2000181605) 和中国科学院知识创新项目 (KZCX1-10-04) 资助。

作者简介: 姜永清, 男, (1941-), 四川井研人, 研究员。

的自相似很少(除结晶现象外),但统计上的自相似比比皆是。在自然界中,令在一定尺度范围或层次中才显出分形特征,它不像数学上的分形可以追溯无穷,受“噪声”和“畸变”的干扰。分形是指一类具有伸缩对称性(所谓自相似性)而难以用欧氏几何描述其形态的客体。“形”可以不是原始形状而能用一定算法来生成,其特征定量参数称之分维数。最基本的豪斯道夫维(Hausdorff)

$$D_0 = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \ln N(\epsilon) / \ln(\epsilon) \tag{4}$$

经典分维的方法是数盒子法。 $N(\epsilon)$ 表示覆盖一个点集的直径为 $\epsilon$  球的最少数目。此外,还有信息维、关联维和李雅普诺夫维等<sup>[4]</sup>。在地学中应用分形方法,解释与计算水道网和流域的分形与分维。

1.3 水道网的分维

水道网的定量分析和水道分维特性遵循 Horton 定律。水道长度与流域面积的关系是<sup>[5]</sup>

$$L \sim A^a \tag{5}$$

Mandelbrot (1982)证明,河流主流长度应作为维数  $d$  的分维标度

$$d = 2\alpha \tag{6}$$

La Barbeara 和 Rosso (1987, 1989), Feder(1988), Tarboton 等(1988)和 Nikora (1991)等<sup>[6]</sup>作了进一步研究。Feder (1988)提出

$$d = 2\ln R_l / \ln R_B \tag{7}$$

Rosso 等(1991)提出

$$d = 2\ln R_L / \ln R_A \tag{8}$$

La Banbara 和 Rosso (1987, 1988)提出

$$d = \ln R_B / \ln R_L \tag{9}$$

Nikora (1988)和 Nikra 等(1989)提出

$$d = \ln R_B / \ln R_L = \ln R_B / \ln R_P = 2\ln R_B / \ln R_A \tag{10}$$

近年来的研究将水道网资料与计算机模拟进

行。E. A. Bender<sup>[7]</sup>介绍了早期采用的河网模拟方法和结果。Liu (1992)由河网和无序随机聚合树(LRAT)的比较研究其特性及分形。V. I. Nikora 和 V. B. Sapozhnikov(1993)用随机迈步法模拟河网,结果是在小标度内自相似和大标度内自仿射。他们的分维计算都与 Horton 级比参数有关。

2 陕北黄土高原沟谷分枝与分形值

黄土高原的高原沟壑区和丘陵沟壑区,沟谷水系发育,土壤侵蚀严重,沟谷地与沟间地的区别非常明显,本文分析的陕西北部 24 个流域,厚层黄土覆盖,年降雨量 450mm ~ 650mm,河川径流年平均深度 18mm ~ 40mm,河流平均弯曲系数 1.47 ~ 1.50<sup>[8,9]</sup>。资料采自陕西省延安地区水电局编辑的《延安地区河流(沟道)长度、集水面积资料》,系在 1: 50 000 地形图上,量测 > 2.0km 长的水道长度和汇水面积,并按 Strahler 定义的 Horton 体系计算水道级别(见表 1)。其中六级流域一条,3 个五级,20 个四级。除白水川、居水、猴儿川、云岩河、仕望河和延河等 6 条干流流入黄河外,其余是洛河的部分支流。

2.1 流域间沟道长度和面积关系

24 条流域的沟谷长度与流域面积的关系(见图 1)。

24 条流域面积 119.6km<sup>2</sup> ~ 5974.1km<sup>2</sup>,主流长度 20.0km ~ 248.5km, > 2km 长的沟道密度是 0.8190km/km<sup>2</sup> (标准误差 0.0198)。沟道长度与汇水面积之间关系很好,幂函数关系最好,特别是对高端部分。主流长度与汇水面积关系的决定系数 ( $R^2$ ) 是 0.8728 ( $L = aA^b$ ,  $a = 1.2379$ ,  $b = 0.5943$ ), 沟道总长度与汇水面积关系的决定系数是 0.9856 ( $L = A^b$ ,  $a = 0.8379$ ,  $b = 0.9953$ ) 与直线关系 ( $L = a + A^b$ ,  $a = 1.0867$ ,  $b = 0.8234$ ) 几为相同 ( $R^2 = 0.9979$ )。

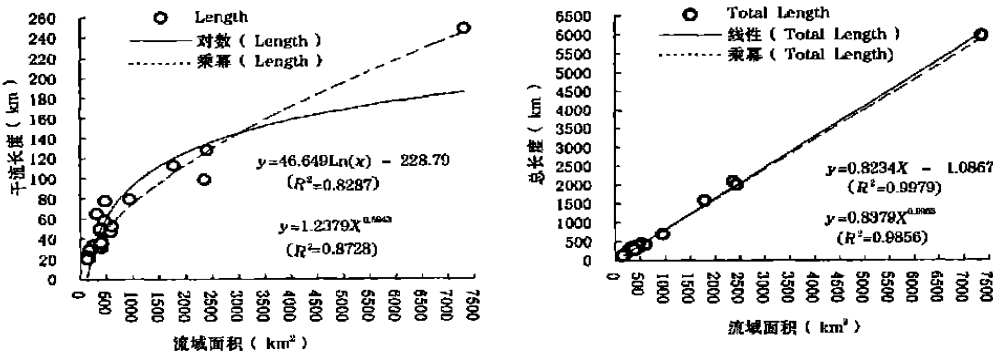


图 1 沟谷长度与流域面积的关系

表 1 陕北黄土高原 24 条流域的沟道长度和面积  
Table 1 Length and Drainage Area for 24 Streams in  
The Loss Plateau of North Shaanxi Province

流域名称 Name	编号 No	等级 Class	长度(km) Length	面积(km <sup>2</sup> ) Area	总长(km <sup>2</sup> ) Total Length
姜家川—洛	14	4	23.00	140.00	124.8
瓦子川—洛	7	4	20.00	150.20	119.60
罗坪川—洛	5	4	29.40	180.00	136.60
义正川—洛	6	4	20.90	183.30	150.30
大申号川—洛	10	4	29.60	206.80	169.90
三道川—洛	3	4	34.00	262.00	266.00
白水川	22	4	64.90	318.00	336.90
雷源河—洛	18	4	49.70	373.60	272.70
二道川—洛	1	4	47.90	374.70	356.40
五里镇河—洛	17	4	50.20	376.60	286.00
府村川—洛	8	4	36.40	395.70	299.70
大乐沟—洛	12	4	31.20	404.00	320.5
白豹川—洛	4	4	36.50	405.30	351.70
牛武川—洛	9	4	35.00	428.00	291.30
居水	24	4	58.50	468.63	386.30
猴儿川	23	4	77.80	480.00	351.60
宁赛川—洛	2	4	47.60	529.20	451.50
界子河—洛	11	4	47.00	575.70	420.50
仙姑河—洛	16	4	52.70	605.00	405.10
石堡川—洛	19	4	79.30	950.30	693.30
云岩洛	28	5	112.5	1781.00	1580.70
仕望河	27	5	99.00	2354.00	2083.20
沮河—洛	15	5	128.00	2420.40	1999.10
延河	21	6	248.50	7321.40	5974.10
平均			60.82	903.49	742.83
最大			248.50	7321.40	5974.10
最小			20.00	140.00	119.60
标准差			10.02	307.88	253.77

2 2 流域内沟道长度和面积的关系

24 条流域中, 各流域的沟道长度与汇水面积之间存在很好的相关关系, 仍以幂函数关系最好, 结果见表 2。流域内, 各沟道主长度与汇水面符号的决定系数平均值  $R^2=0.9282$ ,  $b=0.5155$  (0.4414 ~ 0.6122,  $n=28\sim295$ ), 沟道总长长度与汇水面符号的决定系数平均值  $R^2=0.9887$ ,  $b=0.6353$  (0.5769 ~ 0.7161,  $n=4\sim6$ ), 沟道平均长长度与汇水面积的决定系数平均值  $R^2=0.9910$ ,  $b=0.5541$  (0.4791 ~ 0.6238,  $n=4\sim6$ )。

2 2 Horton 级比参数与分维数

表 3 是 24 条流域的分枝比 ( $R_B$ )、长度比 ( $R_L$ ) 和面积比 ( $R_A$ ) 等 Horton 级比参数和分维值计算结果与国外资料的比较。分枝比 4.0098、长度比 2.3284 和面积比 4.7747。按照 Feder 法计算的主流长度分维平均值是  $d=1.6636$ , Nikara 方法得到  $D=1.7907$ 。用 Mandelbrot 的分维公式  $d=2b$  得出, 在

主流长度条件下  $d_1=1.0882$ , 累计长度条件下  $d_2=1.2706$ 。

3 讨论与比较

3.1 沟道长度与汇水面积的关系

24 条流域的资料表明, 主流长度与汇水面积和总沟道长度与汇水面积关系, 幂函数关系最好。各流域沟道长度与汇水面积之间亦存在在很好的相关关系, 仍以幂函数关系最好。分析表明, 对于地理上相似的流域, 关系式  $L \sim A^{1/2}$  成立。Mesa 和 Gupat (1987), 采用随机模型假设和连接长度具有普通的指数概率分布时, 上述关系式也成立。若用关系式  $L \sim A^b$  的形式, 拟合指数  $b$  的经验估计值大于 1/2。Hack(1957)得出长度和面积之间是幂函数关系, 他的资料和 Langbein (1974) 的资料  $b=0.6$ , 即  $>1/2$ 。Gray (1961) 进一步表明他的资料和 Taylor 及 Schwartz (1952) 的资料是  $b=0.568$ , 亦  $>1/2$ 。Mueller(1973)

表 2  沟道长度与流域面积的关系( $L= a^{\circ} A^b$ ,  $a' = \log(a)$ )  
Table 2  Relationship between of Length and / drainage Area for 24 Streams

项 目(Item)	主流长-面积 (Main Length-Area)			总长-面积 (Total Length-Area)			平均长-面积 (Mean Length-Area)		
	$a'$	$b$	$r^2$	$a'$	$b$	$r^2$	$a'$	$b$	$r^2$
平 均(Average)	0.2532	0.5155	0.9282	0.2242	0.6353	0.9887	0.2099	0.5441	0.9910
最 大(Maximum)	0.3078	0.6122	0.9709	0.2897	0.7176	0.9983	0.2776	0.6238	0.9998
最 小(Minimum)	0.1655	0.4414	0.8818	0.1063	0.5769	0.9227	0.1115	0.4791	0.9392
标准差(Standard Deviation)	0.0373	0.0371	0.0225	0.0463	0.0339	0.0154	0.0395	0.0388	0.0133

表 3  Horton 级比参数和分维值的比较  
Table 3  Horton Order Ratios and Fractal Diomensions for Some Streams

地点	项目 (Item)	分枝比	长度比	面积比	Mandelbrot		Feder	Rosso	Barbara	Nikoras
					公式		公式	公式	公式	公式
		$R_b$	$R_1$	$R_a$	$D=2b_1$	$d=2b_2$	$d=21N$ $R_U/\ln R_B$	$D=21N$ $R_U/\ln R_A$	$D=21N$ $R_B/\ln R_A$	$D=21N$ $R_B/\ln R_A$
Loess Plateau <sup>1)</sup> (黄土高原)	平 均(Average)	4.0098	2.3284	4.7477	1.0882	1.2706	1.2163	1.0829	1.6636	1.7907
	标准差(Deviation)	0.5342	0.2640	0.7215	0.0162	0.0141	0.0262	0.0154	0.0394	0.0262
	最 大(Maximum)	4.7623	2.8482	6.1126	1.2477	1.4353	1.4061	1.2217	2.3038	2.2281
	最 小(Minimum)	2.9124	1.7113	3.0374	0.9583	1.1537	0.8681	0.9551	1.4224	1.6019
Appalachian Plateau <sup>2)</sup> (美)	平 均(Average)	4.07	2.5583	4.8467			1.3259	1.1736	1.5543	1.7788
	标准差(Deviation)	0.1377	0.1398	0.1259			0.0695	0.0623	0.0809	0.0503
	最 大(Maximum)	4.67	3.5500	5.3600			1.7866	1.5263	2.0546	1.9782
	最 小(Minimum)	2.9	1.9200	4.0500			0.9734	0.9017	1.1194	1.2683
Missouri <sup>3)</sup> (美)	平 均(Average)	3.5913	2.6113	5.1450			1.4615	1.1418	1.4115	1.5706
	标准差(Deviation)	0.18	0.2050	0.3599			0.0909	0.0601	0.0999	0.0263
	最 大(Maximum)	4.25	3.3400	6.4700			1.7594	1.2918	1.9457	1.6681
	最 小(Minimum)	2.98	1.8500	4.0800			1.0279	0.8574	1.1338	1.4440
Italy <sup>4)</sup> (意大利)	平 均(Average)	3.8	2.1917	4.6533			1.2002	1.0180	1.6801	1.7159
	标准差(Deviation)	0.35	0.0985	0.2329			0.0493	0.0403	0.0668	0.1076
	最 大(Maximum)	4.75	2.5000	5.2000			1.3957	1.1208	1.9018	1.9059
	最 小(Minimum)	2.7	2.0000	3.9200			1.0517	0.8509	1.4330	1.2193

1)本文资料(in the Loss Plateau by Jiang yong qing et al);  
2)Morpohlogic 的资料自 Morisaval[ 1962] (for 12 stream Networks in the Appalachian Plateau);  
3)资料自 Rosso et al.[ 1991] and Smith and Stop[ 1978] (for Eight Basins in Missouri);  
4)资料自 La Barbera[ 1991] (for Six Basins in Italy)。

分层采样 250 个流域(流域面积  $10^2\text{km}^2 \sim 10^5\text{km}^2$ ), 观察整个群体得到  $b = 0.554^{(9)}$ 。Mesa 与 Gupta (1987), 采用与 Mueller 相同的资料, 认为  $< 2 \times 10^4\text{km}^2$  的流域,  $b = 0.6$ , 很稳定, 而  $2 \times 10^4 \sim 2.5 \times 10^5$  的流域为  $1/2$ , 对于大流域  $b = 0.47$ 。我们所用的 24 条流域(面积  $140\text{km}^2 \sim 7341\text{km}^2$ ), 主流长与汇水面积关系得,  $b = 0.5943$ , 而总沟道长度与汇水面积关系中,  $b = 0.9953$ , 近于 1。24 条流域内, 各沟道主长度与汇水面积的关系中平均值  $b = 0.5155$  ( $0.4414 \sim 0.6122$ ), 平均长度与汇水面积的关系中平均值,  $b = 0.5441$  ( $0.4791 \sim 0.6238$ ), 总长度与汇水面积关系的平均值  $b = 0.6353$  ( $0.5769 \sim 0.7161$ ), 资料表明, 沟道长度与汇水面积关系较为稳定, 主沟道长度与汇水面积关系的指数  $b$  值略小, 平均长度的  $b$  值为  $0.5441$ , 与上述学者的结果相近, 而总长度的  $b$  值较高, 表明长度的定义不同, 指数  $b$  值不

同。

### 3.2 Horton 级比参数

不滋长研究指出, Gortoin 定律中的指数, 与水道级别无关, 近于常数, 尤其是分枝比 ( $R_B$ )。Scheidgger 认为, 对于美国的河流来说分枝比约为 3.5, 但对于近乎线型的河网或者很密的河网, 这个规律不成立。近年来, 开了模拟河网的研究, S. B. Bender (1973) 发现, 对于固定级别  $U$ ,  $R''/(N''+1)$  的值随  $N$  的增加而慢慢的增加到 4.0, 当  $N'' > 15$  时, 比值的期望值超过 3.8, L. B. Leopola 等得到  $R^B = 4.09$  和  $R_1 = 2.80$  的模拟结果。可以说世界上绝大多数水系都符合 Horton 定律, 它们都存在普遍的相似性, 表 3 的资料说明, 天河道的分枝比界于 3~5 之间, 长度 1.8~3.35, 面积比 4~6.5。我们的资料中分枝比  $R^B$  的平均值 4.01 (2.91~4.76), Appalachian 高原 12 个流域的平均值 4.06, 与模拟河网的研究结果很相近。而 Missouri 的 8 个流域平均值 3.59, 意大利的 6 个流域平均值 3.8 (表 5), 结果低一些。黄土高原的 24 个流域的长度比  $R^L$  和面积比  $R^A$  分别是 2.33 (1.71~2.85) 和 4.75 (3.03~6.11), Appalachian 高原是 2.47 和 4.81, 也很相近, 而 Missouri 是 2.61 和 5.51, 意大利的资料 2.19 和 4.65, 差别大一点。

### 3.3 分维值

采用公式计算流域分维值。Mandelbrot 公式计算沟道主长分维值  $d = 2 \times b^1$  平均 1.0882, 而沟道总长分维值  $d = 2 \times b^2$  平均 1.271。前者与 Rosso 等的公式计算的 1.0829 相近。后者与他利用 Hack 的资料得到的 1.2 和与 Feder 公式计算的 1.2163 和 1.7907。不同公式计算的分维, 意义有所不同。因此, Rosso 等的公式  $d = 2 \times \ln R^L / \ln R^L$  和 Nikora ( $D = 2 \times L^n R^B / L^L$ ) 和 Nikora ( $D = 2 \times L^n R^B / R^A$ ) 公式计算的是面积分维。与 Appalachian, Missouri 和意大利的情况相比, 存在有一定的差别。

沟网的 Horton 级比参数和流的分维值, 在一定程度上, 可认为是一个较稳定的常数, 但并不是一个精确的固定值。它们都与沟谷密度无关, 与沟道长度或者汇水面积之间不夏天存在相关关系, 虽然经檣度转换后有改进。Horton 级比参数笔分维值, 是什么原因引起的变化, 值得探讨。沟道体系分级和沟道最小长度划分标准, 分维计算模式以及区域地质条件及差别的影响是很重要的。此外, Horton 级比参数和分维值的地质意义, 需要深入研究。一级

支流与侵蚀产沙关系密切, Schumm 认为产沙强度与水道级别是呈的反比关系。分维值与径流和径流和关系, 例如与河网参数的关系, 曾有通过瞬时单位过程线 (IUH) 相联系, 与 IUH 的峰值和达到峰值的时间的乘积及与 IUH 的纳希 (Nash) 模型的形状参数有关等的探讨。

## 4 结 语

1. 陕北 24 条流域的资料表明, 沟道长度与汇水面积, 幂函数关系最好  $L = aA^b$ 。主流长度与汇水面积的  $b$  值是 0.5943。在 24 条流域内, 各沟道主长度与汇水面积关系中的平均  $b$  值 0.5155 (0.4414~0.6122), 沟道平均长度与汇水面积关系平均  $b$  值, 0.5441 (0.4791~0.6238), 沟道总长度与汇水面积关系平均  $b$  值 0.6353 (0.5769~0.7161)。沟道长度与汇水面积关系较为稳定, 主沟道长度与汇水面积关系的指数  $b$  值略小, 平均长度的指数  $b$  值为 0.5441, 而总长度的指数  $b$  值较高。长度的定义不同, 指数  $b$  值不同

2. Horton 级比参数与水道级别无关, 近于常数。分枝比  $R_B$  的平均值 4.01 (2.91~4.76), 长度比  $R_L$  是 2.33 (1.71~2.85), 与 L. B. Leopola 等模拟得到的  $R_B = 4.09$  和  $R_L = 2.80$  的结果相近。长度比  $R_L$  和面积比  $R_A = 4.75$ , 3.03~6.11, 与美国 Appalachian 的高原的 2.47 和 4.81, 很相近。

3. 流域的分维值, 采用 Mandelbrot 的公式计算沟道主长分维值  $d = 2b_1$  平均 1.088, 而沟道总长分维值 ( $d = 2b_2$ ) 平均 1.271, 前者与 Rosso 等的公式  $d = 2 \ln R_L$  计算的 1.083 相近。后者与他利用 Hack 的资料得到的 1.2 和与 Feder 公式 ( $d = 2 \ln R_L / \ln R_B$ ) 计算的 1.2163 相近。用 Barbara 和 Nikora 公式计算的分维  $D = 1.6636$  和 1.7097。分维的计算不同, 其意义不同。公式  $d = 2 \ln R_L / \ln R_A$  计算代表长度-面积分维  $d = 2 \ln R_L / \ln R_B$  表示长度分维,  $D = 2 \ln R_B / \ln R_A$  公式计算的是面积分维。与 Appalachian, Missouri 和意大利的情况相比, 存在有一定的差别。

4. 沟道网的 Horton 级比参数和分维的值, 在一定程度上, 可认为是一个较稳定的常数, 但并不是一个精确的固定值, 它们都与沟谷密度无关, 它们与沟道长度或者汇水面积之间不存在相关关系。引起 Horton 级比参数和分维值变异的原因, 及与径流产沙的关系值得探讨。

参考文献:

[1] Mandelbrot, B. How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension. *Science*, 156, 1967 May.

[2] Horton, R. E. erosional Development of Streams and Their Drainage Basins; Hydrophysical Approach to Quantitative Morphology. *Geol. Soc. Am. Bull.* 56, 1945.

[3] Strahler, A. N. Quantitative Analysis of Watershed Geomorphology. *EOS. Trans.*, 38(6), 1957.

[4] 姚勇, 姚, 分维, 李雅 普诺夫指数与混沌[J]. 自然杂志, 1987, 10 (5).

[5] Rosso, R., B. Bacchi and P. La Barbera Fractal Relation of Mainstream Length to Catchment Area in River Networks. *Water Resour. Res.* 27(3), 1991.

[6] Nikora, V. I. and V. B. Sapozhnikov River Network Fractal Geometry and Its Computer Simulation. *Water RESOUR. RES.*, 27(10), 1993.

[7] E. A. 本得(朱尧辰, 徐伟宣译). 数学模型[M]. 北京: 科学普及出版社, 1986.

[8] 朱显谟. 黄土区土壤侵蚀的分类[J]. 土壤学报, 1956, 7(1). [J]

[9] 陕西师范大学地理系. 陕西省延安地区地得志[M]. 西安: 陕西人民出版社, 1982.

Horton’s Order Ratios of Water Course Network of Drainage Basin and their Fractal Characters in the Loess Plateau

JIANG Yong-qing, SHAO Ming-an, WANG Wan-zhong and LI Zhan-bin  
(National Key Laboratory of Soil Erosion and Dryland agriculture in Loess Plateau, Yangling Shaxi 712100 China)

**Abstract:** This paper studies the relationship of the length of water course network and the area of the drainage basin, Horton’s law of composition for the water course network and fractal characters drainage basin in the Loess Plateau. The results from 24 catchments(140 km<sup>2</sup>~7 341km<sup>2</sup>)show that the power function ( $L = aA^b$ )is the best fitted expression of the length and the area Horton’s order ratio is approximate to a constant and independent of order level of channel. It is to be compared that the results calculated by sever models of fractal with foreign data. The different formula should be different meaning. The length-area fractal dimension  $d = 2\ln R_B / \ln R_A$ . In some extent the value of fractal dimension is approximate to a constant, but not fixed and exact, independent of density of channel. There is not quite clear relationship between the fractal dimension and the length of water course network, and the area of the drainage basin as well.

**Key words:** fractal; Horton laws; loess plateaus; erosion