

帕隆藏布河流纵剖面演化的最小功模式

蒋 忠 信

(铁道部第二勘测设计院, 四川 成都 610031)

摘 要: 河流地貌最小功原理表明河流纵剖面形态将向力求使流速增大的方向演化, 据此推导出矩形流域全程流速的平均值(\bar{u})与河流纵剖面形态指数(N)的关系式: $\bar{u} \propto f(N) = \{1/2 - 1/[(N+1)(N+2)]\}^{1/2}$, $f(N)$ 被称为流速函数。这一最小功模式表明河流纵剖面演化方向是 N 由小变大, 纵剖面形态由上凸抛物线经直线向下凹抛物线发展。在侵蚀旋回中, 河流各发育阶段的 $f(N)$ 值也由小变大。以西藏帕隆藏布中上游流域系统、干流全程及 I 级阶地为例, 由最小功模式计算的全程流速均值与实测值相吻合, 从而检验了上述最小功原理和数学模式。

关键词: 帕隆藏布; 河流纵剖面; 最小功模式; 全程流速平均值

中图分类号: P933

文献标识码: A

1 河流纵剖面演化的最小功原理

近年来, 地貌最小功原理(又称最小能耗原理: Theory of minimum energy dissipation)在河流地貌演化研究中开始得到应用^[1~3], 杨志达等将河流地貌的最小功原理表述为在维持输沙平衡的前提下, 冲积河流将调整其坡降和几何形态, 力求使单位重量水体或单位长度水体的能量消耗率趋向于当地具体条件下所许可的最小值^[2]。严宝文等将最小功原理应用于河流均衡剖面的实验研究中, 认为在均质地层和沿程流量不变条件下, 均衡剖面的形成类似于变分学中经典的最速滑降问题, 理想的均衡剖面形态应是一条摆线^[4]。本文在不同时考虑河流几何形态的调整的前提下, 单纯讨论河流纵剖面演化的最小功问题。

根据能量守恒定律, 单位质量水体($m=1$)沿河流纵剖面从河源流动到河口的摩阻能耗 W 为

$$W = gH - 0.5u_m^2 \quad (1)$$

式中 g 为重力加速度; H 为河源至河口全程的高差; u_m 为单位水体从河源流动到河口处的流速。对于一条既定河流, 全程高差 H 是定值, 欲使能耗 W 最小, 就应使河口处流速 u_m 最大, 相应地使全程流速平均值 \bar{u} (即流速的沿程总和与平面河长之比)最

大。在不考虑河床糙率与断面形态的条件下, 单位水体的流速仅与河床比降有关。因此, 河流地貌的最小功原理要求调整河床比降使单位水体从河源以最短时间流动到河口, 达到全程流速均值 \bar{u} 最大, 从而使全程摩阻能耗最小, 这就是河流纵剖面演化的最小能耗原理。

严宝文等讨论的河流纵剖面最小功形态是基于沿程流量不变的前提^[4], 但自然界这种定流量河流极为罕见, 仅见于溃决洪水等特殊情况, 不具有代表性。已有研究表明^[5], 长大河流的流域形态近似矩形, 在产水条件均一的矩形流域, 流量从河源沿程按同一比例增长, 其河流纵剖面形态可以用以河口为原点的抛物线方程描述

$$h = H(s/S)^N \quad (2)$$

式中 h 为纵剖面上某点与河口间的高差; H 为河源与河口间的高差(全程高差); s 为平面上河流中某点与河口间的河长; S 为平面上河流全长; 幂指数 N 称为河流纵剖面形态指数。在地壳持续、匀速抬升继以长期稳定的典型构造条件下, 河流将经历一个侵蚀旋回, 河流纵剖面形态指数 N 由小变大, 河流纵剖面形态由抬升期河流深切侵蚀阶段的上凸抛物线形($N < 1$), 经历过渡阶段的近似直线形($N \approx 1$), 向构造稳定期河流均衡调整阶段的下凹抛物线形($N > 1$)演化, 最终塑造成均衡剖面($N \gg 1$)。

收稿日期: 2001-11-15。

基金项目: 中国科学院知识创新工程项目(KZCX2-306)。

作者简介: 蒋忠信(1941—), 男(汉), 四川广安人, 教授级高工, 主要从事地质灾害及其防治工程的研究、设计。

对河流中某点, 单位质量水体($m=1$)的能量守恒式为

$$u=[2g(H-h)-2W]^{1/2} \tag{3}$$

式中 u 为该点处的流速; 摩擦能耗 $W=\int f ds$ 。借用固体斜坡运动力学分解可知, 单位河长(ds)上的摩擦力 $f=\cos\theta\lg\varphi$ 。河床纵坡 θ 一般很小, 故 $\cos\theta\approx 1$; 摩擦系数 $\lg\varphi$ 可近似地取为比降 i , 且 $i=d(H-h)/ds$, 故 $W=\int d(H-h)=H-h$ 。因此, (3)式可改写为

$$u=[2(g-1)(H-h)]^{1/2} \tag{4}$$

式(2), (4)式可改写为

$$u=[2H(g-1)]^{1/2}[1-(s/S)N]^{1/2} \tag{5}$$

即 $u\propto [1-(s/S)N]^{1/2}$ $\tag{6}$

(6)式表明, 流速 u 正比于 $[1-(s/S)N]^{1/2}$ 。
(6)式中, 因为 $(s/S)<1$, 故随着 N 值的增大,

$[1-(s/S)N]^{1/2}$ 随之变大。结论是: 流速 u 与纵剖面形态指数 N 成正增长关系。理论与实践都说明河流纵剖面的演化趋势是 N 值由小变大, 故相应地, 水体流速也会由小增大, 单位水体在由河源到河口流动全过程中的摩擦能耗会由大变小, 从而证实了河流纵剖面演化确实遵循最小功原理。

图 1a 表示一个侵蚀旋回中河流处于各发育阶段界限时的纵剖面形态, 显示了在 N 值由小变大的进程中纵剖面形态由上凸向下凹的演化; 图 1b 表示相应界限 N 值时与河口流速(u_m)相比的相对流速(u/u_m)的沿程分布, 显示了随 N 值的增大, 流速曲线向下圈闭的面积(流速的全程积分值)随之增大, 即全程流速均值增大, 从而图解了河流纵剖面演化的最小功原理。

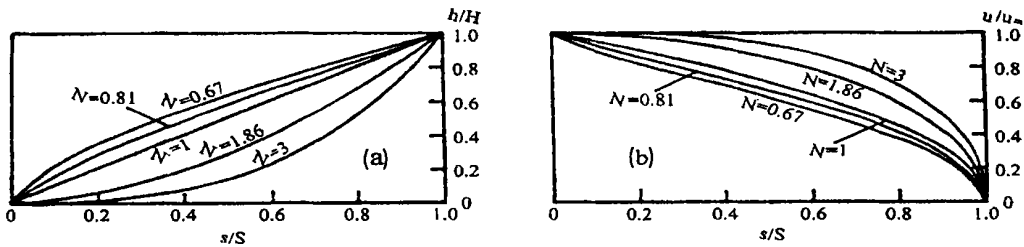


图 1 矩形流域河流纵剖面形态(a)及其相对流速(u/u_m)的沿程分布(b)

Fig. 1 Shape of river longitudinal profile(a) and distribution of relative velocity(u/u_m) along the river(b) in rectangle basin

2 矩形流域河流纵剖面演化的最小功数学模式

对于产水条件均一的矩形流域, 其流量 Q 与河长成成正比地沿程增加, 即

$$Q=Q_0(S-s)/S \tag{7}$$

式中 Q_0 为河口处流量。将式(7)代入动能式:

$$0.5Qu^2=(g-1)Q(H-h), \text{ 得} \\ 0.5Qu^2=(g-1)Q_0[1-(s/S)](H-h) \tag{8}$$

将(2)式代入, 得

$$0.5Qu^2=(g-1)HQ_0[1-(s/S)][1-(s/S)^N] \tag{9}$$

全程动能总和为 $\int^S 0.5Qu^2 ds$, 即

$$0.5\int^S Qu^2 ds = \int^S \{ (g-1)HQ_0[1-(s/S)] \times [1-(s/S)^N] \} ds \\ = (g-1)HQ_0 \int^S (1-s/S-s^N/S^N +$$

$$s^{N+1}/S^{N+1}) ds \\ = (g-1)HQ_0S[1/2-1/(N+1)+1/(N+2)]$$

$$\text{故 } 0.5\int^S Qu^2 ds = (g-1)HQ_0S \times \{1/2-1/(N+1)(N+2)\} \tag{10}$$

由于 $Q=au$ (a 为过流断面面积), 故 $Qu^2\sim u^3$, 并据公式 $\Sigma n=(\Sigma n^3)^{1/2}$, 可近似地得流速的沿程总和

$$\int^S u ds = (\int^S u^3 ds)^{1/2} \approx (\int^S Qu^2 ds)^{1/2} \\ = 4.2[HQ_0S]^{1/2}\{1/2-1/(N+1)(N+2)\}^{1/2} \tag{11}$$

全程流速平均值 $\bar{u}=\int^S u ds/S$, 故矩形流域河流的全程流速均值

$$\bar{u}=4.2Q_0^{1/2}(H/S)^{1/2}\{1/2-1/(N+1)(N+2)\}^{1/2} \tag{12}$$

(12)式即矩形流域河流纵剖面演化的最小功数

学模式。式中, \bar{u}^2 与河口流量 Q_0 成正比, 与全程平均比降 (H/S) 成正比, 与纵剖面形态指数 N 成正增长关系。对一既定河流, 河口流量 Q_0 、全程高差 H 、河流平面全长 S 都是定值, 流速均值 \bar{u} 只与河流纵剖面形态指数 N 正相关, 即 $\bar{u} \propto f(N)$ 。 $F(N)$ 可称为流速函数, 且

$$f(N)=\{1/2-1/[(N+1)(N+2)]\}^{1/2} \quad (13)$$

在河流侵蚀旋回中, 随着 N 值的由小变大, $f(N)$ 的值将相应增大, 因而河流纵剖面演化的最小功原理体现为流速的增大和 N 值的相应增大。据流域地貌系统的信息熵研究^[6], 可用河流纵剖面形态指数 N 划分矩形流域河流在代维斯侵蚀地貌旋回中的各地貌发育期: $N<0.67$ 为幼年期; $N=0.67\sim1.86$ 为壮年期; $N>1.86$ 为老年期。据流域地貌

系统超熵的研究^[7], 可用河流纵剖面形态指数 N 划分矩形流域河流非平衡态的各地貌发育阶段: $N<0.81$ 为深切侵蚀阶段; $N=0.81\sim1.0$ 为过渡阶段; $N=1.0\sim1.86$ 为均衡调整阶段; $N>1.86$ 进入均衡剖面阶段。综合起来, 可将 0.67 、 0.81 、 1.0 、 1.86 作为矩形流域河流地貌各发育阶段的界限 N 值。据 (13) 式, 计算出与这些界限 N 值相应的流速函数 $f(N)$ 值, 列于表 1。

表 1 显示, 根据最小功原理, 在河床糙率与断面形态沿程不变的条件下, 由幼年期与壮年期之交 ($N=0.67$) 至老年期之始 ($N=1.86$), 全程平均流速增大 21.9% ; 由深切侵蚀阶段与过渡阶段之交 ($N=0.81$) 进入均衡调整阶段 ($N=1.0$)、均衡剖面阶段 ($N=1.86$), 全程平均流速增大 4.8% 、 16.2% 。

表 1 矩形流域河流地貌各发育阶段的纵剖面形态指数 N 与流速函数 $f(N)$ 值
Table. 1 Forming index(N) of river longitudinal profile and values of the velocity function $f(N)$
in every evolution stages of river landform in rectangle basin

代维斯侵蚀旋回期	非平衡态河流地貌阶段	纵剖面形态指数 N	流速函数 $f(N)$ 值及其对比		
幼年期	深切侵蚀阶段	0.67	0.5251	1.00	
		0.81	0.5508	1.00	
	过渡阶段	1.0	0.5773	1.048	
壮年期	均衡调整阶段	1.86	0.6399	1.219	1.162
		3.0	0.6708	1.277	1.218
	均衡剖面阶段				

3 西藏帕隆藏布干流纵剖面及其最小功模式

藏东南的帕隆藏布是雅鲁藏布江的一级支流, 于雅江大拐弯的顶端汇入。帕隆藏布流域面积 $28\,630.9\text{ km}^2$, 虽山高谷深, 山地灾害严重, 然降水丰沛, 森林葱郁, 风光秀美。河谷地带人口相对稠密, 农牧经济较为发达, 成为古今交通要道。川藏公路南线和拟议中的滇藏铁路均从帕隆藏布源头的然乌顺干流而下, 经松宗、波密、通麦, 于迫龙乡逆其支流拉曲、东久河而上至鲁朗。路段全长约 300 km 。流域内山岭海拔一般为 $5\,500\text{ m}\sim6\,000\text{ m}$, 寒冻风化剧烈, 物质破碎, 松散; 河流深切, 谷坡高陡, 相对

高差一般为 $2\,000\text{ m}\sim4\,000\text{ m}$, 崩塌、滑坡等坡地重力灾害盛行; 受孟加拉湾暖湿气流的影响, 降水丰富, 固态降水比例大, 雪崩频繁, 海洋性冰川集中发育, 成为我国季风型冰川泥石流典型灾害区。因此, 帕隆藏布路段的严重山地灾害是阻碍川藏公路畅通和制约滇藏铁路建设的一个关键问题。

帕隆藏布干流的河流纵剖面如图 2。干流全长 258 km , 纵剖面可分为 3 段:

1. 下游段(角弄沟以下): 深陡峡谷段, 长 90 km , 高差 990 m ($2\,560\text{ m}\sim1\,570\text{ m}$), 纵剖面近直线形, 平均纵坡 11% ; 其侵蚀基准为大拐弯处的雅江。大拐弯段是雅江纵剖面上的巨大裂点, 近年的考察发现^[8] 主要由总落差达 113.4 m 的 4 个大瀑布

组成。这些瀑布现已溯源后退至汇口上游 6 km ~ 20 km 处, 导致帕隆藏布侵蚀基准的下降, 使其下游段进入一个新的侵蚀旋回, 处于深切侵蚀与均衡调

整的过渡阶段, 形成陡急峡谷, 纵剖面形态指数 (N) 近于 1。

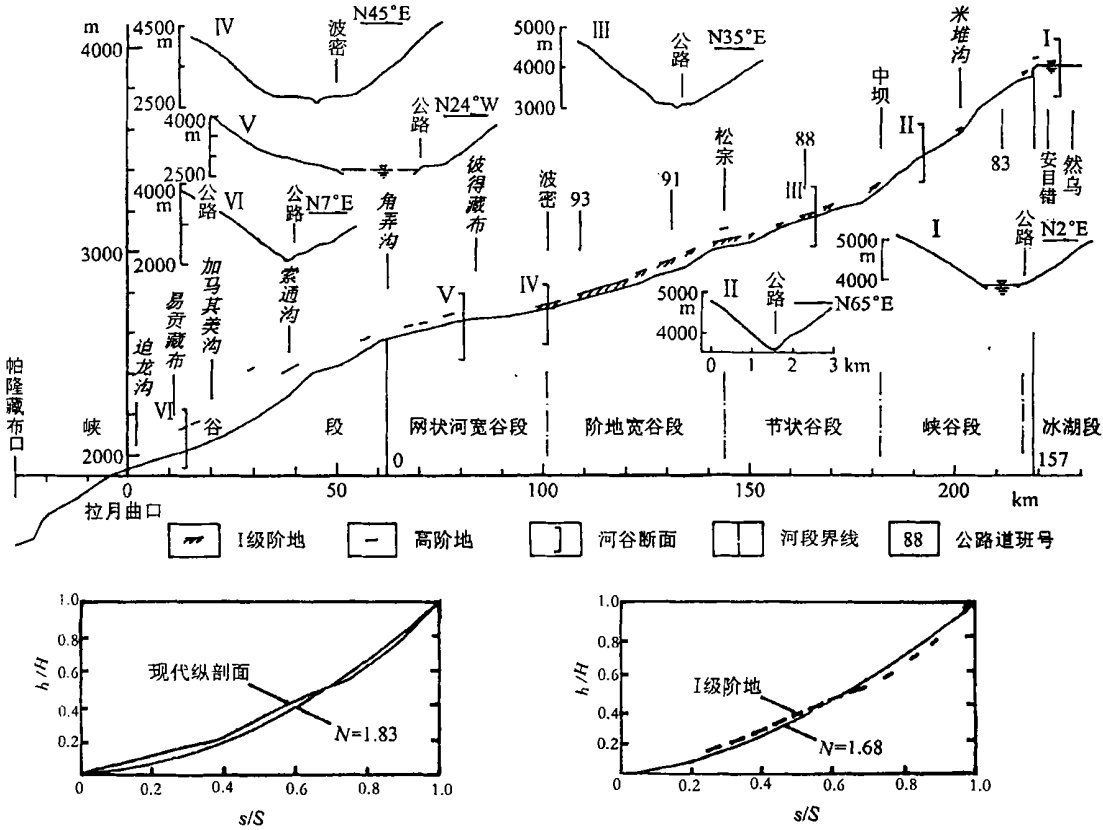


图 2 帕隆藏布干流纵剖面(上)及其中上游河段拟合曲线(下)

Fig. 2 River longitudinal profile(upper) of the main stream and its fitting curve(lower) of the middle and upper reaches of Palongzangbu river

2 中上游段(角弄沟 安目错): 长157 km, 高差 1 348m(3 908m ~ 2 560 m), 纵剖面为下凹曲线形, 平均纵坡 8.6‰。由于溯源侵蚀波逐渐向上游传递有一个漫长的时间进程, 河谷地貌的演化愈向上游就愈滞后。目前, 帕隆藏布下游段这一新侵蚀旋回尚未传递和波及到中上游段, 中上游段仍处于前一侵蚀旋回中, 纵剖面为下凹抛物线形, 形态指数 (N) 经拟合为 1.83, 处于均衡调整阶段末期。相应地, 河流纵坡向上游逐渐变大, 河谷逐渐变窄, 谷坡逐渐变陡, 河谷地貌类型由角弄沟向上游依次为: 网状河宽谷(角弄沟一波密)、阶地宽谷(波密一松宗)、宽一峡相间节状谷(松宗一中坝)和 V 型峡谷(中坝一安目错)。

3. 源头段(安目错): 安目错为冰川湖, 长

11 km, 直至然乌镇, 构成帕隆藏布源头。湖面海拔 3 908 m, 水平如镜; 湖宽约 1 km, 景色迷人。

由于中上游段为一完整的河流地貌体系, 且近似于长宽比大、产水条件较均一的矩形流域, 故首先以帕隆藏布中上游段作为一个流域系统实例, 分析其河流纵剖面演化的最小功规律, 检验矩形流域河流纵剖面演化的最小功数学模式。

已知帕隆藏布干流中上游段高差 $H=1\ 348\text{ m}$, 平面河长 $S=157\ 000\text{ m}$; 位于本河段出口下游 43 km 的加马其美水文站实测帕隆藏布年均流量为 $421\text{ m}^3/\text{s}$ ^[9], 按流量以安目错为起点沿程以相同比例递增推算, 本流域系统出口处流量 $Q_m=330\text{ m}^3/\text{s}$ 。据此, 帕隆藏布干流中上游段纵剖面演化的最小功模式为

$$\bar{u} = 7.07 \times \{0.5 - 1/[(N+1)(N+2)]\}^{1/2} \quad (14)$$

现阶段, 帕隆藏布中上游段纵剖面形态指数 $N=1.83$ 。由(14)式, 得全段流速均值 \bar{u} 为 4.514 m/s 。

据加马其美水文站实测^[9], 帕隆藏布涸季(1996—12—21)断面平均流速为 2.1 m/s ; 计算的历史最大洪水时的断面平均流速为 7.52 m/s 。帕隆藏布河谷在加马其美站位于下游, 且为 V 型峡谷, 故流速会比中上游段流速均值略大, 因此估算帕隆藏布中上游全段的流速均值会比加马其美站的涸季流速与洪峰流速的平均值 4.81 m/s 略小, 而与模式计算值 4.51 m/s 近于一致。从而证实模式基本上是符合实际的。

帕隆藏布中上游段的河流纵剖面形态是幂指数 $N=1.83$ 的下凹抛物线形。据河流地貌的最小功模式, 河流纵剖面的演化方向是其形态指数 N 由小变大, 即抛物线形纵剖面形态由上凸演变至下凹, 并逐渐增大下凹程度。因此, 地质时期帕隆藏布中上游纵剖面的形态指数 N 应 < 1.83 , 即抛物线形纵剖面的下凹程度应比目前低。据调查, 该段河流塑造了三级阶地, 最高一级(Ⅲ级)罕见, Ⅱ级阶地零星; 只有最低一级(Ⅰ级)阶地较普遍、连续, 高出河面 $15 \text{ m} \sim 40 \text{ m}$, 可据之恢复当时的河流纵剖面。通过最佳拟合, 得Ⅰ级阶地地面所代表的古河流纵剖面的形态指数 N 为 1.68 (图 2 下), 纵剖面下凹程度比现代略小。当时的全段流速均值 \bar{u} 为 4.464 m/s , 比现阶段的 \bar{u} 值小 1.1% 。证实了形态指数 N 和流速 \bar{u} 均相应由小变+大的河流纵剖面演化之最小功趋势。

对干流全程(河口—然乌), 高差 $H=2338 \text{ m}$, 平面河长 $S=258\,000 \text{ m}$; 河口多年平均流量为 $988.9 \text{ m}^3/\text{s}$ 。因最大支流易贡藏布的流域面积与干流流域面积相近, 剔除易贡藏布后流域平面形态才近似为矩形流域, 检算所用流量 Q_0 应按流域面积比例扣除易贡藏布的流量, 为 $521.5 \text{ m}^3/\text{s}$ 。据此, 帕隆藏布干流全程纵剖面演化的最小功模式为

$$\bar{u} = 9.13 \times \{0.5 - 1/[(N+1)(N+2)]\}^{1/2} \quad (15)$$

现阶段, 整个干流纵剖面形态为下游微凸、中上游微凹, 总体上近于直线, 形态指数 $N=0.98$; 由(15)式, 得干流全程流速均值 \bar{u} 为 5.249 m/s 。

这一流速平均值比中上游段大 16.3% , 是合理的。因为干流全程与中上游段相比, 平均坡降 (H/S) 大 0.5% , 出口流量 Q 多 $191.5 \text{ m}^3/\text{s}$, 仅流速

系数小 0.064 , 故与这三者均正相关的全程流速均值 \bar{u} 应较大。位于河口上游约 30 km 的培龙水文站地处下游峡谷, 汇有易贡藏布的巨大流量, 据模式计算的全程的流速均值比培龙站之涸季流速 (2.33 m/s) 与溃决洪峰流速 (11.8 m/s) 的平均值 (7.06 m/s) 小, 且比培龙站常年洪水流速 (5.61 m/s) [9] 略小, 是较符合实际的, 表明帕隆藏布干流全程也基本符合纵剖面演化的最小功模式。

4 结语

1. 分析表明, 河流地貌演化确实遵循最小功原理, 河流纵剖面形态将向力求使流速增大的方向演化。对产水条件均一的矩形流域, 这一演化方向体现为纵剖面形态由上凸抛物线经直线而至下凹抛物线, 形态指数 N 在 $(0, 3)$ 域内由小变大。

2. 在沿程糙率和断面形态不予调整的前提下, 矩形流域河流纵剖面演化的最小功模式以(12)式为代表。即全程平均流速 \bar{u} 与河流纵剖面形态指数 N 正相关, \bar{u} 与流速系数 $f(N) = \{1/2 - 1/[(N+1)(N+2)]\}^{1/2}$ 成正比。河流纵剖面演化的最小功原理体现为流速的增大和 N 值的相应增大。

3. 在侵蚀旋回中, 根据矩形流域河流纵剖面演化的最小功模式, 由 $N=0.67$ 的幼年期与壮年期之交进入 $N=1.86$ 的老年期, 全程流速均值增大 22% ; 由 $N=0.81$ 的深切侵蚀阶段与过渡阶段之交进入 $N=1$ 的均衡调整阶段和 $N=1.86$ 的均衡剖面阶段, 全程流速均值增大 $5\%、16\%$ 。

4. 扼川藏、滇藏交通要冲的西藏帕隆藏布干流, 其中下游流域系统和整个干流的流速均值都与模式计算值接近, Ⅰ级阶地纵剖面形态指数和流速均值都小于现代河流纵剖面, 检验了矩形流域河流纵剖面演化的最小功原理与模式。

5. 诚然, 河流地貌演化的最小功规律, 是通过同时调整坡降和几何形态来实现的。作为第一步, 本文只考虑纵剖面演化是科学抽象所必需的, 然而却是不够全面的。全程流速均值数学模式推导中, 对水流摩阻力的推导作了若干近似, $Qu^2 \sim u^3$ 的假定还不够严谨, 因此该数学模式是不够精确的。好在建立这一模式的初衷是表达流速与纵剖面形态的演化关系, 并不指望作为流速的计算公式。

致谢: 对蒋良 淮同志协助数学推导致谢!

参考文献:

[1] 周筑宝. 最小能耗原理及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001. 151

[2] 金德生. 地貌最小功原理[A]. 见: 现代地理学辞典[M]. 北京: 商务印书馆, 1990. 182 ~ 183.

[3] 黄克中, 钟恩清. 最小水流能量损失率理论在河相关系中的应用[J]. 地理学报, 1991, 46(2): 178~ 185.

[4] 严宝文, 包忠谟. 均衡纵剖面形态的实验研究[J]. 水土保持通报, 2000, 20(1): 14 ~ 16.

[5] 蒋忠信. 滇西北三江河谷纵剖面的发育图式与演化规律[J]. 地理学报, 1987, 42(1): 16 ~ 27.

[6] 蒋忠信. 矩形流域地貌信息熵的探讨[J]. 水土保持通报, 1989, 9(6): 83 ~ 87.

[7] 蒋忠信. 泥石流流域系统的超熵[J]. 中国地质灾害与防治学报, 1992, 3(1): 33 ~ 40

[8] 杨逸畴. 雅鲁藏布大峡谷河床瀑布的发现及其特征和成因[J]. 地理研究, 1999, 18(4): 342 ~ 348.

[9] 朱平一, 何子文, 汪阳春. 等. 川藏公路典型山地灾害研究[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1999. 16 ~ 21

Model of Minimum Energy Dissipation in Evolution of Longitudinal Profile of Polongzangbu River

JIANG Zhong-xin

(The No. 2 Survey and Design Institute of MOR, Chengdu 610031 PRC)

Abstract: It is indicated with theory of minimum energy dissipation in river geomorphology that impelling velocity to increase is evolution direction of river longitudinal profile. Accordingly, a relation formula between average value (\bar{u}) of velocity along the river and forming index (N) of the river longitudinal profile ,

$$\bar{u} \propto f(N)=\{1/2-1/[(N+1)(N+2)] \}^{1/2}(\text{the } f(N) \text{ is a velocity function}),$$

is inquired. The mathematical model of minimum energy dissipation indicates that to increase value N is evolution direction of river longitudinal profile, and that shape of the longitudinal profile develop to a concave parabola pattern from a convex one. Further, the values $f(N)$ which it is increase in every evolution stages of an erosional cycle is calculated. As examples with middle and upper reaches, whole main stream and its No. I terrace of Polongzangbu river, average values of velocity along the river calculated by the model of minimum energy dissipation conforms to measured value. Thus, the theory and mathematical model of minimum energy dissipation are examined.

Key words: Polongzangbu river; river longitudinal profile; model of minimum energy dissipation; average value of velocity along the river