

GM(1,1)优化模型在滑坡预测预报中的应用

李晓红, 靳晓光, 亢会明, 卢义玉, 杨新华

(重庆大学西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400044)

摘 要: 灰色模型在社会科学、自然科学的许多方面已得到广泛的应用, 并取得了一系列重大成果。在斜坡(滑坡)地质灾害研究方面, 灰色模型多用于斜坡(滑坡)变形的中长期预测预报, 且精度较高; 但对滑坡短临预测预报精度较差, 甚至不能适用, 有待改进。滑坡变形预测预报的实际算例表明, 以优化灰色模型背景值为基础的优化 GM(1, 1)模型, 具有对建模结果进行优化的能力, 即能用于斜坡变形的中长期预测预报, 又能适于滑坡短临预测预报, 且都能获得较高的模拟和预测精度。应用传统线性 GM(1, 1)模型和非线性 Verhulst 模型进行对比分析, 检验了优化 GM(1, 1)模型的正确性和较广泛的适用性。

关键词: GM(1, 1)优化模型; 滑坡变形; 模拟预测; 应用

中图分类号: P642.22 **文献标识码:** A

滑坡预测预报越来越受到理论界和工程建筑部门的重视, 已有多种预测预报方法见诸文献^[1~4], 本文介绍一种新的方法——灰色 GM(1, 1)模型法。

灰色系统理论是我国著名学者邓聚龙教授 1982 年创立的一门新兴横断学科, 它以“部分信息已知, 部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”不确定系统为研究对象, 主要通过对“部分”已知信息的生成、开发、提取有价值的信息, 实现对系统运行行为的正确认识 and 有效控制。贫信息不确定性系统的普遍存在, 决定了这一理论具有十分广阔的应用和发展前景^[5]。目前, 灰色系统理论不仅在理论上迅速发展, 日臻完善, 而且在社会科学、自然科学的许多方面得到日益广泛和深入的应用, 取得了一系列重大成果。灰色 GM(1, 1)模型在滑坡变形监测中的应用主要表现在对滑坡变形进行中长期预测预报, 其新信息模型、新陈代谢模型预报精度较高。但对滑坡短临预测预报精度较差, 甚至不能适用, 有待改进, 使之即能用于滑坡变形的中长期预测预报, 又能适于短临预测预报。

1 GM(1, 1)模型建模机理及其局限性

设原始数据列

$$X^{(0)} = \left[x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n) \right], \\ (x^{(0)}(k) \geq 0, k=1, 2, \dots, n)$$

$X^{(0)}$ 的一次累加(1-AGO)序列

$$X^{(1)} = \left[x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n) \right]$$

$X^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列

$$Z^{(1)} = \left[z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n) \right]$$

其中

$$Z^{(1)}(k+1) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k+1) \\ (k=1, 2, \dots, n-1) \quad (1)$$

若为参数列, 且

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \\ Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

则 GM(1, 1)灰色微分方程

$$x^{(0)}(k) + \alpha x^{(1)}(k) = b$$

的最小二乘估计参数列满足

$$\hat{a} = [a, b] = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

其白化方程为

收稿日期: 2000-11-30; 改回日期: 2001-01-15。

基金项目: 国家杰出青年基金(59725410)和国家自然科学基金(50074035)资助。

作者简介: 李晓红(1959-), 男(汉族), 重庆人, 教授, 博士生导师。现任重庆大学副校长。主要从事高速水射流、空气净化、破碎硬岩、地质灾害防治及环境保护等方面的研究工作, 正在主持国家杰出青年基金、自然科学基金等项目多项, 获国家和省部级科技进步奖 8 项, 出版专著、教材 2 部, 译著 1 部, 发表论文 60 多篇。联系人: 靳晓光; 联系电话: (023)65106640。

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \quad (2)$$

对应 GM(1, 1) 灰色微分方程的时间响应序列为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

对模型值进行累减(差分)运算得原始序列模拟预测值

$$\begin{aligned} x^{(0)}(k+1) &= x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) \\ &= \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] (e^{-a} - 1) e^{-a(k-1)} \end{aligned} \quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \quad (4)$$

由上述建模过程可以看出, 拟合和预测精度取决于常数 a 和 b , 而 a 和 b 的求解依赖于背景值 $z^{(1)}(k+1)$ 的构造形式。用均值生成 $z^{(1)}(k+1)$ 代替背景值, 当时间间隔很小, 序列数据变化平缓时, 这样构造的 $z^{(1)}(k+1)$ 是合适的, 模型偏差较小。但当序列数据变化急剧时, 构造出来的 $z^{(1)}(k+1)$ 往往产生较大的滞后误差, 模型偏差较大^[6]; 当 GM(1, 1) 模型的参数 a 满足 $|a|$ 非常小时, 用均值生成 $z^{(1)}$ 才合理, 模型预测精度才高^[7]; 当 $-a > 1$ 时, 不宜采用 GM(1, 1) 模型^[3]。

2 GM(1, 1) 优化模型

从公式(1)可以看出, $z^{(1)}(k+1)$ 是 $x^{(1)}(k)$ 与 $x^{(1)}(k+1)$ 的平均值, 可以看作是区间上梯形 abcd 的面积(图 1)。因 GM(1, 1) 模型拟合曲线是指数曲线, 在区间上指数曲线 $x^{(1)}(t)$ 对应的面积总是小于梯形 abcd 的面积。序列数据变化越大, 模型误差 ΔS 越大。因此, 可以把区间划分成 n 个小区间, 消减数据序列的变化速度, 用 n 个小区间的梯形面积代替实际的曲线面积, 提高背景值 $z^{(1)}(k+1)$ 的精

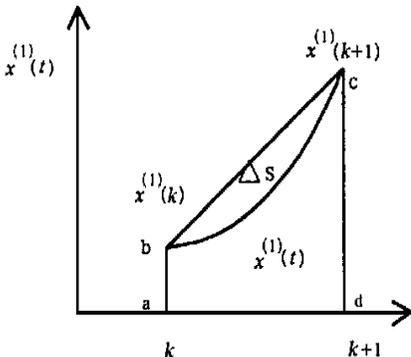


图 1 $z^{(1)}(k+1)$ 构造示意图

Fig. 1 Schematic diagram of $z^{(1)}(k+1)$

度。从理论上分析, 应该存在一个最优的 n 值(可以不是整数)使得这 n 个小区间的面积和等于或非常接近于实际指数曲线的面积, 以与此对应的 n 个小区间的面积之和作为 $z^{(1)}(k+1)$, 使 GM(1, 1) 模型偏差最小, 模拟和预测精度最高。以优化 $z^{(1)}(k+1)$ 为基础的优化 GM(1, 1) 模型, 即能适用于低增长指数序列, 又能适用于高增长指数序列, 提高了 GM(1, 1) 模型的精度和适应性。

一般地, n 等分区间 $[k, k+1]$ 时, n 个小区间面积之和为

$$S_n = \frac{1}{2n} [(n+1)x^{(1)}(k) + (n-1)x^{(1)}(k+1)] \quad (5)$$

令

$$\begin{aligned} z_n^{(1)}(k+1) &= S_n = \frac{1}{2n} [(n+1)x^{(1)}(k) + \\ &\quad (n-1)x^{(1)}(k+1)] \\ &\quad (n=2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (6)$$

则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} z_n^{(1)}(k+1) = \frac{1}{2} (x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k+1)) \quad (7)$$

式中 S_n 为 n 个小区间的面积; $z_n^{(1)}(k+1)$ 为优化 GM(1, 1) 模型的紧邻均值生成; n 为等分间距的最优值。

可以看出, n 值的确定是该优化 GM(1, 1) 模型的关键, 文献^[2] 构造了一个确定等分数 n 的经验公式, 即

$$n = \left(\sum_{i=2}^N R_i \right)^{\frac{1}{N-1}} + (N-1) \quad (8)$$

式中 N 为序列长度(原始建模数据个数), 而

$$R_i = \frac{x^{(1)}(i)}{x^{(1)}(i-1)}, \quad (i=2, 3, \dots, N) \quad (9)$$

显然, n 值与建模序列长度 N 和 1-AGO 序列 $x^{(1)}(k)$ 有关。

3 应用实例

3.1 斜(滑)坡变形的中长期预测预报

斜坡变形的中长期预测预报是指斜坡尚处于初始变形阶段进行的未来斜坡发展趋势长期预测预报和斜坡处于稳定变形阶段(线性阶段)而进行的中期预测预报^[8,9]。为便于与传统线性 GM(1, 1) 模型进行对比, 这里以链子崖危岩体 G 上监测点位移变化进行对比分析。与其对应的模拟预测方程分别为:

传统 GM(1, 1) 模型

$$\begin{aligned} X^{(0)}(k+1) &= 576.856(e^{0.0565} - 1)e^{0.0565(k-1)} \\ &\quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \end{aligned} \quad (10)$$

优化 GM(1, 1)模型

$$X^{(0)}(k+1) = 576.355(e^{0.0566} - 1)e^{0.0566(k-1)} \quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \quad (11)$$

模拟预测结果如表 1 所列。可以看出, 对变化不大的低增长位移序列, 传统 GM(1, 1)模型和模型的模拟预测结果基本相同, 精度都很高。

表 1 链子崖危岩体 G_A 监测点位移及 GM(1, 1)模型模拟预测结果

Table 1 Displacement simulation-forecast results of GM(1, 1) model in Lian Ziya hazard rock mass(G_A)

时间 (年/月)	位移观测值 (mm)	模型模拟值(mm)		相对误差(%)		模型预测值(mm)	
		GM(1, 1)	优化 GM(1, 1)	GM(1, 1)	优化 GM(1, 1)	GM(1, 1)	优化 GM(1, 1)
1978. 12	10. 32	10. 32	10. 32				
1979. 12	26. 96	33. 53069	33. 62079	- 24. 372	- 24. 706		
1980. 12	34. 07	35. 47971	35. 57861	- 4. 138	- 4. 428		
1981. 12	38. 65	37. 54203	37. 65044	2. 8667	2. 5862		
1982. 12	42. 98	39. 72422	39. 84291	7. 5751	7. 2989		
1983. 12	44. 93	42. 03325	42. 16306	6. 4472	6. 1583		
1984. 12	47. 16	44. 4765	44. 61832	5. 6902	5. 3895		
1985. 12	48. 38	47. 06177	47. 21655	2. 7247	2. 4048		
1986. 12	49. 95	49. 79731	49. 96609	0. 3057	- 0. 032		
1987. 12	51. 75	52. 69186	52. 87573	- 1. 82	- 2. 175		
1988. 12	52. 50	55. 75466	55. 95482	- 6. 199	- 6. 581		
						58. 99549	59. 2132
						62. 4247	62. 66133
说明		a= -0. 0565	n= 11. 31652				
		b= 32. 0093	a= -0. 0566				
			b= 32. 0942				

注: 表中原始位移数据转引自李天斌(1999)文章^[4]。

3.2 斜(滑)坡变形的短临预测预报

斜坡变形的短临预测预报是指斜坡处于加速变形初期阶段(非线性阶段)进行的斜坡发展趋势及整体破坏时间短期预测预报和斜坡进入加速变形末期(非线性阶段)而进行的整体破坏时间临滑预测预报^[8]。同样, 为便于对比, 以黄龙西村滑坡位移监测资料为例, 应用传统线性 GM(1, 1)模型和非线性 Verhulst 模型进行了对比分析(表 2)。与其对应的模拟预测方程分别为:

传统 GM(1, 1)模型

$$X^{(0)}(k+1) = 21.08317(e^{0.7539} - 1)e^{0.7539(k-1)} \quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \quad (12)$$

Verhulst 模型

$$X^{(0)}(k+1) = \frac{19.7725}{0.0025 + 0.7882e^{-0.7907k}} - \frac{19.7725}{0.0025 + 0.7882e^{-0.7907(k-1)}} \quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \quad (13)$$

优化 GM(1, 1)模型

$$X^{(0)}(k+1) = 21.19097(e^{0.7991} - 1)e^{0.7991(k-1)} \quad (k=1, 2, 3, \dots, n) \quad (14)$$

监测及模拟预测位移随时间的变化如图 2 所示。可以看出, 当位移序列变化较大时, GM(1, 1)模型模拟结果与原始观测位移值相差较大, 模型基本

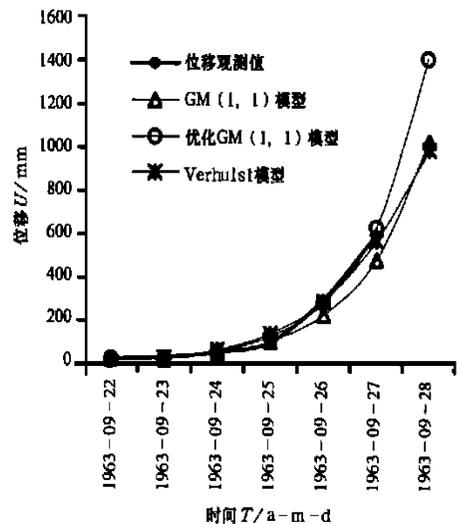


图 2 监测及模拟预测位移变化图

Fig. 2 Variation of displacement-time of monitoring and simulation-forecasting

不能适用; Verhulst 模型虽然模拟精度也较高, 但作为滑坡的短临预报有时缺乏超前性, 可能会减弱预测预报的真正意义。而优化 GM(1, 1)模型不仅模拟精度高, 预测值可信度大, 而且对临滑滑坡具有较强的超前预警意义。李天斌等^[8]应用黄龙西村滑坡 1963—09—22~27 的监测资料, 采用 Verhulst 模型进行预报, 得预报破坏时间比实际滑坡发生时间落后 13h。从理论上分析, 滑坡在加速变形过程中, 当变形曲线上某点的切线与横坐标(时间轴)的夹角 α 为 90° 时, 则认为斜坡发生破坏, 此点所对应的时间则为破坏时间^[8,10], 据此可进行滑坡破坏时间预测预报。根据大量的滑坡监测资料分析, 往往在 $89^\circ \sim$

89.5° 之间的斜率所对应的时间为滑坡剧滑时间危险段^[10]。应用优化 GM(1, 1)模型, 通过优化 α 值得滑坡破坏时间比实际滑坡时间超前 6.5h, 为预警及时提供了信息。

4 结 论

优化 GM(1, 1)模型保留了 GM(1, 1)建模计算简便和易于应用的特点, 具有对建模模型进行优化的能力, 能获得最佳的模拟和预测结果。优化 GM(1, 1)模型即能用于斜坡变形的中长期预测预报, 又能适于滑坡短临预测预报, 丰富了斜坡(滑坡)变形预测预报研究方法, 具有重要的理论和实际意义。

表 2 黄龙西村滑坡位移监测资料及灰色模型模拟预测结果

Table 2 Displacement simulation—forecast results of grey model in Huang Long Xi Cun landslide

时间 (年/月/日)	位移观测值 (mm)	模型模拟值(mm)			模型预测值(mm)		
		GM(1, 1)	Verhulst	优化 GM(1, 1)	GM(1, 1)	Verhulst	优化 GM(1, 1)
63. 9. 22	25	25	25	25			
63. 9. 23	32	23. 72431	29. 91427539	25. 92797			
63. 9. 24	55	50. 42062	65. 16352054	57. 65185			
63. 9. 25	100	107. 1575	139. 928724	128. 1911			
63. 9. 26	300	227. 739	291. 4425072	285. 0379			
63. 9. 27	600	484. 0074	570. 2047536	633. 7929			
63. 9. 28					1028. 648	990. 4994283	1409. 263
说明		a= - 0. 7539 b= - 2. 9529	a= - 0. 7907 b= - 0. 0001	a= - 0. 7991 b= - 3. 0438			

注: 表中原始位移数据转引李天斌等学者(1999)的资料^[4]。

参 考 文 献:

- [1] 陈永波, 王成华. 滑坡发生的危险边坡判别及预测预报分析[J]. 山地学报, 2000, 18(6): 559~562.
- [2] 吴承祯, 洪伟. 滑坡预报的 BP—GA 混合算法[J]. 山地学报, 2000 18(4): 360~364.
- [3] 许强, 黄润秋. 非线性科学理论在地质灾害评价预测中的应用[J]. 山地学报, 2000, 18(3): 272~277.
- [4] 蒋良文, 王士天, 刘汉超等. 岷江上游汶川一较场段滑坡稳定性的神经网络评判及其堵江可能性浅析[J]. 山地学报, 2000, 18(6): 547~553.
- [5] 刘思峰, 郭天榜, 党耀国, 等. 灰色系统理论及其应用(第二版)[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [6] 谭冠军. GM(1, 1)模型的背景值构造方法和应用(1)[J]. 系统工程理论与实践, 2000 20(4): 98~103.
- [7] 宋中民. 灰色 GM(2)模型[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(10): 127~129.
- [8] 李天斌, 陈明东, 王兰生. 滑坡实时跟踪预报[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1999.
- [9] 靳晓光, 李晓红, 王兰生, 等. 滑坡深部位移曲线特征及稳定性判别[J]. 山地学报, 2000 18(5): 440~441.
- [10] 王家鼎, 张倬元. 典型高速黄土滑坡群的系统工程地质研究[M]. 成都: 四川科学技术出版社, 1999.

Application of GM(1, 1) Majorized Model to Simulation-forecast of Landslide

LI Xiao-hong, JIN Xiao-guang, KANG Hui-ming, LU Yu-yi and YANG Xin-hua

(Key Lab. for the Exploitation of South West Resources & the Environmental Disaster

Control Engineering Ministry of Education, Chongqing 400044 P. R. China)

Abstract: Grey system theory is a new cross course by China famous scholar professor DENG Ju-long founded in 1982 . Grey model of the theory was applied extensively and gained a series of significant achievement in natural science and social science. It be used mid-long-term forecasting of slope or landslide and had high accuracy in geologic hazard study. But when themodel be used short-impending slip forecasting , it's accuracy was relatively poor even not suit , so it had been much room for improvement. Actual example of slide deformation make known that majorized GM(1, 1) model based on majorized grey model ground value had a majorization bility to model results. This majorizant model had not only applied to mid-long-term forecasting of slope deformation, but also suited to short-impending slip forecasting of landslide and had relative high forecasting accuracy. Correctness and extensive application of the majorized GM(1, 1) model was examined by contrasting analysis of original linear GM(1, 1) model and non-linear Verhulst model. The study not only enriched analysis method of landslide deformation forecasting , but also had momentous theory and practice significance.

Key words: GM(1, 1) majorized mode; landslide deformation; modeling and forecasting; application

(上接 219 页)

2. 博士生招生信息(招生人数 20 人)

学科代码	研究方向	指导教师	考试科目
070501	自然地理学		
01	山地灾害(泥石流滑坡)及其防治	崔 鹏	①101 英语 ②211 现代自然地理学 ③311 山地灾害学
02	泥石流与泥沙	欧国强	(同上)
03	山地灾害防治工程	许唯临	(同上)
04	边坡工程	王成华	(同上)
05	环境影响与评价研究	陈国阶	①101 英语 ②211 现代自然地理学 ③312 山地环境学
06	环境退化与生态建设	钟祥浩	(同上)
07	山地侵蚀	张信宝	(同上)
08	水文与森林生态	程根伟	(同上)
09	环境演化与生态修复	李 勇	①101 英语 ②211 现代自然地理学 ③312 山地环境学或④315 水土保持学
10	遥感与 GIS 理论与应用	周万村	①101 英语 ②211 现代自然地理学 ③313 遥感地学分析、地理信息系统导论
11	3S 技术的灾害环境动态监测研究	刘淑珍	(同上)
12	土壤资源与农业环境	何毓蓉 田光龙	①101 英语 ②211 现代自然地理学 ③314 土壤地理学

报名时间: 第一次 2001 年 8 月 15 日至 9 月 15 日; 第二次 2002 年 1 月 15 日至 2 月 15 日。

考试时间: 第一次 2001 年 10 月; 第二次 2002 年 3 月, 以准考证上的时间为准。

考试地点: 成都市人民南路四段九号 中国科学院成都山地所办公楼内。

联系人: 梅 雯 电话: 028-5229890; E-mail: sdb@imde.ac.cn; 网址: http://www.imde.ac.cn