

泥石流与水流场交汇耦合分析的 MAC 法

陈春光, 姚令侃, 禹华谦
(西南交通大学土木工程学院, 四川 成都 610031)

摘 要: 首先提出了描述泥石流与主河交汇耦合关系的二维控制方程; 然后建立了采用标志网格(MAC)法实施模拟计算的模式, 最后进行了实例计算, 输出采用计算机动画技术显示泥石流与水流场交汇的宏观耦合效应。
关键词: 泥石流, 主河, 交汇, 耦合分析, MAC 法
中图分类号: P642.23, TV144 **文献标识码:** A

泥石流与江河水流的交汇是很复杂的自然现象之一, 原因在于: 发生交汇混合时, 不仅有物质的量、颗粒分布以及颗粒级配随时间和空间变化, 而且相互作用的力学性质(主要是指流变关系)也随时间和空间变化。因此, 按通常方法进行计算会遇到难以解决的困难。经文献检索知道, 有关这方面的研究甚少, 而且多限于单一流体情况。本文研究的主要思想是: 首先从经典流体力学和非牛顿流体力学理论出发, 建立统一的能反映交汇区流动的控制方程, 在此基础上, 采用标志网格法(MAC 法)和质点网格法(PIC 法), 结合现有的有关泥石流、泥沙等浆体的流变关系和流变参数, 建立局部交汇的耦合方程, 把耦合方程的建立与混合区流场的计算过程结合起来。

1 基本方程

对于水流场, 基本方程有连续性方程和运动方程。泥石流流体属于非牛顿流体流动, 也遵循质量守恒的连续性方程和由牛顿定理推导的运动方程

$$\partial \rho_2 / \partial t + \nabla \cdot (\rho_2 \mathbf{u}) = 0 \tag{1}$$

$$\partial (\rho_2 \mathbf{u}) / \partial t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) (\rho_2 \mathbf{u}) = - \nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho_2 \mathbf{f} \tag{2}$$

对于非牛顿流体也可类似于牛顿流体那样, 定义应力张量和应变速率张量的本构关系^[1]

$$\mathbf{T} = \eta(\Pi) \mathbf{A}_1 \tag{3}$$

式中 \mathbf{A}_1 为一阶 Rivlin-Erichsen 张量, $\mathbf{A}_1 = 2\mathbf{D}$; Π 为

一阶 Rivlin-Erichsen 张量的第二不变量, η 为非牛顿流体的视粘度(又称表观粘度)。

这样, 泥石流与水流场交汇其基本方程可用一个统一的方程表示(用张量形式表示)

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_j \quad (i, j = 1, 2, 3) \tag{5}$$

2 交汇场二维流动的基本方程

若假设泥石流入汇主河时铅垂方向的所有要素变化均远远小于水平方向的变化, 则可以简化为二维流动问题。略去式(5)的第三个方向中所有加速度项和对应的应力项, 并积分得到

$$P = \rho g (\zeta - x_3) + P_a \tag{6}$$

式中 ζ 为自由液面高度(如图 1 所示)。

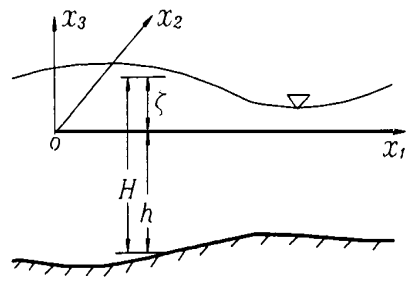


图 1 水深示意图

Fig. 1 Diagram of water depth

收稿日期: 2000-02-14; 改回日期: 2000-06-19。
基金项目: 国家自然科学基金“九五”重点项目资助(NO. 49831010)。
作者简介: 陈春光(1959-), 男(汉族), 陕西汉中, 工学硕士, 副教授, 主要研究方向: 铁道灾害防治的工程科学与现代技术。Tel: 028-7602045, 1365806238。

对方程(4)进行垂直方向积分,并引入全深度单宽质量流量 $q_1 = \rho \int_{-h}^{\xi} u_i dx_3$, 同时由图 1 可知水体总深度 $H = h + S$ 。由此得到二维流动的连续性方程

$$\partial q_i / \partial x_i + \partial(\rho H) / \partial t = 0 \quad (7)$$

对式(5)沿铅垂方向积分得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial q_1}{\partial t} &= - \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{q_1^2}{\rho H} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{q_1 q_2}{\rho H} \right) \right] - \left\{ \begin{aligned} \rho g H \frac{\partial \xi}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} N_{11} + \frac{\partial}{\partial x_2} N_{12} - T_1^b \\ \frac{\partial q_2}{\partial t} &= - \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{q_1 q_2}{\rho H} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{q_2^2}{\rho H} \right) \right] - \left\{ \begin{aligned} \rho g H \frac{\partial \xi}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_1} N_{21} + \frac{\partial}{\partial x_2} N_{22} - T_2^b \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

底部摩擦力

$$T_i^b = C_f (q_1^2 + q_2^2)^{1/2} q_i / (\rho H^2) \quad (i=1, 2) \quad (9)$$

若取 $H \approx h$, 且假设对时间的变化率近似为零, 整理后可得

$$\nabla(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{u} / \partial t + \mathbf{u} \cdot \text{div}(\rho \mathbf{u}) + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \\ - \nabla P + \nabla T - \mathbf{R} \end{aligned} \quad (11)$$

3 计算方法

根据初步分析, 泥石流与主河水流交汇大体有以下几个特点: (1)流动的非定常性; (2)主河水流与泥石流相互作用均较强; (3)两场相互作用首先表现在边界附近密度、颗粒级配以及流变特性的改变。从交汇区流体流动的这些特点以及式(10)和式(11), 笔者认为可采用标志网格(MAC)法和质点网格(PIC)法^[2]来实施模拟计算, 这是因为: (1)此方法适用计算非定常问题; (2)利用这两种方法的联合, 可以很方便地利用现有的流变关系式, 通过不同的计算时段、混合区域, 建立计算中不可缺少的交汇耦合关系; (3)根据质点分布方式的不同可以构造确定的(或随机的)颗粒分布以及不同的颗粒级配, 这样可以建立更精确的耦合关系。

3.1 差分格式

首先将式(11)从时刻 t 到 $t + \Delta t$ 积分, 并注意方程(10), 且在 Δt 很小时, 可以写为

$$(\rho \mathbf{u})^{n+1} = - \Delta t \nabla P^{(n)} + \mathbf{B}^n \Delta \quad (12)$$

$$\text{式中 } \mathbf{B}^n = - \Delta t [\mathbf{u} \cdot \text{div}(\rho \mathbf{u}) + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla T + \mathbf{R}]^{(n)} + (\rho \mathbf{u})^{(n)},$$

其 Poisson 方程的离散形式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_{j+1,k} + P_{j-1,k} - 2P_{j,k}}{(\Delta x_1)^2} + \frac{P_{j,k+1} + P_{j,k-1} - 2P_{j,k}}{(\Delta x_2)^2} \\ = \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{Bx_{j+1/2,k} - Bx_{j-1/2,k}}{\Delta x_1} \right) + \left(\frac{By_{j,k+1/2} - By_{j,k-1/2}}{\Delta x_2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

3.2 混合区耦合关系

在用 MAC 法和 PIC 法计算泥石流与主河水流交汇时, 最主要是建立两种不同流体混合时的混合流体的密度和流变关系。首先由 PIC 法建立在网格内质点初始分布, 对泥石流区质点的种类数可根据计算的耗时及计算机内存的要求确定。当计算出混合网格内各流体质点的数量后, 则可得计算网格的混合流体密度为

$$\rho_{j,k} = \frac{n_{j,k}(\rho_1)_{j,k} + \sum_i m_{j,k,i}(\rho_{ci})_{j,k}}{(n_{j,k} + \sum_i m_{j,k,i})} \quad (14)$$

式中 足标 j, k 代表计算网格; n 代表水流的质点数; m 为泥石流不同颗粒的质点数; ρ_1 为水流密度; ρ_c 为泥石流密度。

混合区域的流变关系及其参数, 将根据不同适用范围按现已成熟的研究结果来建立: a. 一般水流(牛顿流体); b. 高含沙水流(牛顿流体或宾汉体); c. 泥石流(牛顿流体或宾汉体)。

对于宾汉模式, 则有

$$\left. \begin{aligned} \eta(\Pi) &= \eta + \tau_B / |\Pi| & tr T / 2 > \tau_B^2 \\ A_1 &= 0 & tr T / 2 \geq \tau_B^2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中 η 为塑性粘度; τ_B 为屈服应力。

影响流变参数的因素很多, 主要有固体含量、固体粒径及颗粒级配、颗粒物的物理化学性质、颗粒形状和流体运动状态。目前有关泥石流和高含沙水流的流变参数的表达式很多^[3-9]。理论上讲, 各种模式大部分是通过实际测定得出的, 尽管有各自的应用条件, 但都是分析计算时很好的第一手资料, 由于本文是一般性讨论, 为了方便起见, 现用文献^[5]中的模式。即混合区流体相对粘滞系数为

$$\eta'_{r'} = (1 - K_S S_{VF} / S_{Vm})^{-2.5} (1 - S_{VC} / S'_{Vm})^{-2.5} \quad (16)$$

$$\eta'_{r'} = 1 + 1.5 \cdot (1 - S_{VF} / S_{Vm})^4 \quad (17)$$

式中 S_{Vm} 是混合液浆体的极限浓度; S_{VF} 是浆体的固体体积浓度; S_{VC} 是粒径大于 0.1 ~ 0.3 mm 固体体积浓度; S'_{Vm} 是混合流体整体的极限浓度。

由于泥石流粗大颗粒对泥石流体的屈服应力

τ_B 影响不大, 故可以用剔除粗颗粒后的浆体的屈服应力 τ_B 来代表泥石流体的屈服应力 τ_B 。同理, 我们可以把交汇区混合流体的屈服应力 τ_B 用相对应的浆体屈服应力 τ_B 代替, 这样就可用表达式^[5]

$$\tau_B=0.098\exp(B\varepsilon+1.5)$$

(18)

式中 B 为系数; $\varepsilon=(S_{VF}-S_{V0})/S_{Vm}$ 。

混合液浆体的极限浓度 S_{Vm} 与浆体中固体颗粒的级配有关, 在一定条件下可认为是一个变化不大的常数。 S'_{Vm} 与粗颗粒的含量与级配有关, 这与 S_{VC} 一样均与流动交汇时运动情况有关, 应该在模拟计算时加以考虑, 但由于这一类问题, 还有待于实验研究, 本文按混合区流体浓度的大小再根据已有的经验直接确定。为了简单, 可以根据以前研究的结果先定出 S_{VF} 与 S_{VT} 的比例, 设 $S_{VF}/S_{VT}=m$ 则

$$S_{VC}=S_{VT}(1-m)/(1-mS_{VT})$$

(19)

4 模拟计算与结论

为了初步应用以上提出的模型和模拟计算方法, 本研究对垂直交汇情况进行了模拟计算, 计算结果还做成了动画显示, 文中给出了某瞬时交汇情况。图 2 是交汇区水深分布, 图 3 是交汇区质点分布图。

计算条件设定为: 主河宽 $B=4.0\text{m}$, 泥石流沟宽 $b=2.0\text{m}$, 主河水流速度 1.0 m/s , 泥石流速度: (a) 2.0 m/s 。为了比较, 图中(b)是水流场交汇的情况, 支沟流速 2.0 m/s , 时间均为 2.0 s 。其它计算参数如表 1。

表 1 参数及常系数值

Table 1 Parameter and constant

$\rho_H=2.56\text{ t/m}^3$	$A=1.26$
$S_{im}=0.40$	$B=8.45$
$S_{im}=0.83$	$\mu_0=0.01Pa^{\circ}S$
$m=0.50$	$\rho_C=1.7\text{ t/m}^3$

通过模拟计算得到以下结论: (1)与水流之间交汇情况相比, 泥石流与主河交汇时, 主河水深变化集中在局部, 而且非常显著(图 2 所示); (2)与水流之间交汇情况相比, 泥石流与主河交汇时, 卷吸能力稍弱, 主流对泥石流头部影响也弱, 在主河流速影响下, 呈现斜体状, 在相同时间内推进距离长(图 3 所示), 因而也容易形成堵江; (3)本文提出的计算方法最大的特点在于通过对质点种类及分布的不同设定, 可以提高模拟计算的精度; 计算结果容易动画显示, 为进一步分析交汇机理提供有力的帮助。

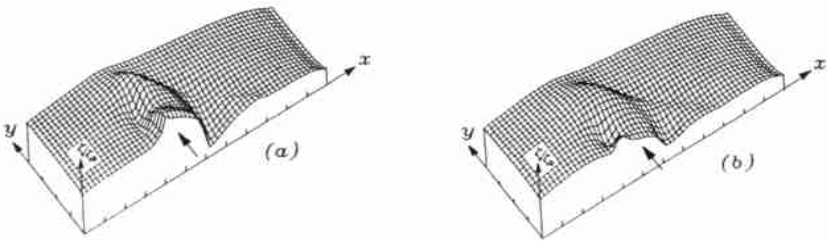


图 2 交汇区水深
Fig. 2 Water depth pattern of confluence

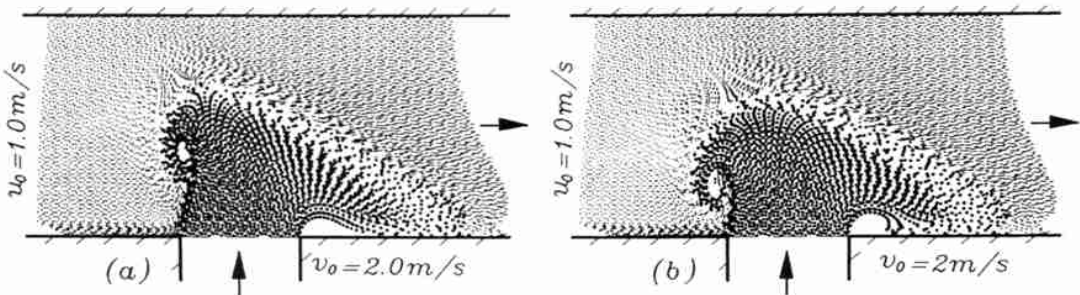


图 3 交汇区质点分布图
Fig. 3 Particles distribution of confluence

参考文献:

- [1] 陈文芳. 非牛顿流体力学[M]. 北京: 科学出版社, 1984. 3.
- [2] 李德元, 徐国荣, 水鸿寿, 等. 二维非定常流体力学数值方法[M]. 北京: 科学出版社, 1997. 99~135.
- [3] 吴积善, 田连权, 康志成, 等. 泥石流及其综合治理[M]. 北京: 科学出版社, 1993. 33~55.
- [4] 周必凡. 粘性泥石流阻力和运动方程验证分析[J]. 山地学报, 1999, 17(1): 55.
- [5] 钱宁. 高含沙水流运动[M]. 北京: 清华大学出版社, 1989. 38~78.

A Coupling Analysis on the Confluence of Debris Flow and the Major River by the MAC Method

CHEN Chun-guang, YAO Ling-kan and YU Hua-qian

(School of Civil Eng., Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: In this paper, a two-Dimension governing equation is put forward first to describe the confluence of debris flow and main channel. Then, a simulat caculating model is established by means of the MAC method. Finally, some practical examples are preseted and the macroscopical domino effects of the interaction between debris flow and main channel are shown by the computer cartoons.

Key words: debris flow, main channel, confluence, coupling analysis, MAC method

《山地学报》2001 年第 1 期 14 页作者简介更正:

作者张光辉出生年应为: 1969 年, 现在北京师范大学资源与环境科学系作博士后研究。