

临界细沟水力几何形态问题的研究*

王协康 方 铎

(四川联合大学高速水力学国家重点实验室 610065)

提要 从分析细沟床面上切应力出发,在细沟全断面泥沙处于临界起动条件下,导出了细沟临界断面方程并讨论其水力几何要素的变化,进一步提出用细沟密度去分析坡地的土壤侵蚀程度。

关键词 切应力 临界起动 临界断面 细沟密度

细沟为坡面径流在片状侵蚀基础上,发生最初的沟状侵蚀,细沟宽度与深度由数厘米以至数十厘米,沟与沟的间距由数十厘米以至一米,可为犁耕所消减。由于细沟沿流程的横断面与纵比降很不规则,使得细沟流的水深、流速、切应力及其他水力要素沿程很不均匀,因而对于细沟流的水力学,特别是水力要素的局部变化,还了解的很少。细沟的形成及发育过程伴随着细沟流对坡地的侵蚀,取决于细沟中的水流运动和坡地土壤特性。目前关于细沟流对土壤侵蚀的作用主要有两种观点:一种认为细沟流主要作用是输移从坡面带来的泥沙,而不能独立破坏土壤和冲刷土壤颗粒;另一种认为细沟水流比坡面流的侵蚀作用大得多。

在不考虑重力侵蚀的情况下,由坡面流挟带的土壤颗粒将大部分被细沟流输向下游,而不参与细沟的造床作用。通过分析细沟床面泥沙的起动切应力,在临界起动假说的条件下,对细沟侵蚀临界断面的水力几何要素进行了分析研究。由于估算细沟冲刷量大多数是统计经验公式,对细沟侵蚀的分析通用性较差,因此提出了利用细沟密度去分析坡地细沟侵蚀的程度,对细沟侵蚀的研究具有重要意义。

1 细沟床面上临界起动切应力分布

假定细沟沟道顺直,水流沿着与沟道平行方向流动,在细沟床面上 O' 点处泥沙颗粒受水流拖滞力 F_D' ,上举力 F_L' 及其重力 W' 的作用(图1),由泥沙颗粒受力平衡得泥沙起动条件为

$$\sqrt{F_D'^2 + (W' \sin \alpha)^2} / (W' \cos \alpha - F_L') = \tan \varphi \quad (1)$$

当 O' 点泥沙颗粒所在床面的坡度 α 为零时,其起动条件为

$$F_D > \tan \varphi (W' - F_L) \quad (2)$$

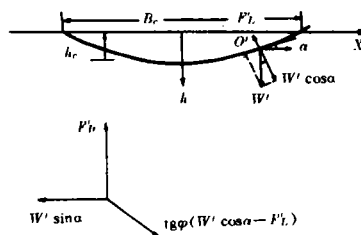


图1 临界细沟断面几何形态

Fig. 1 Cross-sectional geometry of threshold channel

* 国家自然科学基金资助项目(编号:49371016)

收稿日期:1996-11-10,改回日期:1997-01-12.

式中 φ 为泥沙水下休止角; F_D, F_L 为水流拖泄力和上举力; 设泥沙颗粒在床面 O' 点处的临界切应力 τ_c' 与水流拖泄力 F_D' 成正比, 则

$$\tau_c' = m' F_D', \quad (3)$$

同理可得

$$\tau_c = m F_D, \quad (4)$$

式中 τ_c 为泥沙起动临界切应力; m', m 为比例系数; 由床面泥沙起动条件式(1)得

$$F_D'^2 + W'^2 \sin^2 \alpha = \text{tg}^2 \varphi (W' \cos \alpha - F_L')^2.$$

$$m' w' / m' F_D' = (\text{tg}^2 \varphi \cos \alpha F_L' / F_D' +$$

$$\text{tg} \varphi \sqrt{\cos^2 \alpha - \text{ctg}^2 \varphi \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha F_L'^2 / F_D'^2}) / (\text{tg}^2 \varphi \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha). \quad (5)$$

同理可得

$$m w' / m F_D = 1 + (\text{tg} \varphi F_L' / F_D) / \text{tg} \varphi \quad (6)$$

若取 $m = m'$, 由式(3~6)得

$$\tau_c' / \tau_c = \cos \alpha (1 + \text{tg} \varphi F_L' / F_D) (1 - \text{tg}^2 \alpha / \text{tg}^2 \varphi) / (\text{tg} \varphi F_L' / F_D + \sqrt{1 - \text{tg}^2 \alpha / \text{tg}^2 \varphi + F_L'^2 / F_D'^2}).$$

由于在山区流域泥沙颗粒较粗, 且细沟尺度较小, 因此近似认为 $\alpha \ll \varphi$, 则上式简化为

$$\tau_c' / \tau_c = \cos \alpha (1 + \text{tg} \varphi F_L' / F_D) / (\text{tg} \varphi F_L' / F_D + \sqrt{1 + F_L'^2 / F_D'^2}). \quad (7)$$

一般情况, 松散泥沙颗粒所受水流拖泄力比上举力大的多, 则假定 $\sqrt{1 + F_L'^2 / F_D'^2} \approx 1$, 令 $F_L' / F_D' = F_L / F_D$, 那么式(7)可化为

$$\tau_c' = \tau_c \cos \alpha. \quad (8)$$

2 细沟临界断面基本方程

细沟断面上切应力各处等于泥沙临界起动切应力的不冲不淤的沟道断面称为细沟临界断面. 由于细沟尺度较小, 一般可认为在整个沟床为均匀沙, 其泥沙水下休止角为 φ . 根据细沟断面泥沙起动条件可得泥沙临界起动方程

$$F_D^2 + (W' \sin \alpha)^2 = \text{tg}^2 \varphi (w' \cos \alpha - F_L)^2, \quad (9)$$

式中 F_D, F_L 分别为水流拖泄力, 上举力; W' 为泥沙水下重量. 若取 $\tau = \beta_1 F_D, F_L = \beta_2 F_D$, β_1, β_2 为比例系数, 则上式化为

$$\tau^2 + (\beta_1 w' \sin \alpha)^2 = \text{tg}^2 \varphi (\beta_1 w' \cos \alpha - \beta_2 \tau)^2. \quad (10)$$

在细沟中心处, $\alpha = 0$ 且 $\tau = \tau_c$, 由式(8)得

$$\beta_1 w' = (1 + \beta_2 \text{tg} \varphi) \tau_c / \text{tg} \varphi, \quad (11)$$

其中 τ_c 为细沟中心处泥沙临界起动切应力; h_c 为对应水深, 则

$$\tau_c = r h_c J, \quad (12a)$$

式中 r 为水的容重; J 为细沟平均坡降, 可近似等于坡面平均坡降 S_0 , 则上式为

$$\tau_c = r h_c S_0. \quad (12b)$$

当 $\alpha \neq 0$, 细沟床面泥沙临界起动切应力由式(8)可求, 即

$$\tau_c' = \cos \alpha \tau_c = r h_c S_0 \cos \alpha. \quad (12c)$$

把式(11, 12b, 12c)代入式(10), 基本方程变为

$$(h/h_c)^2 + \text{tg}^2 \alpha (1 + \beta_2 \text{tg} \varphi)^2 / \text{tg}^2 \varphi = ((1 + \beta_2 \text{tg} \varphi) - \beta_2 \text{tg} \varphi h/h_c)^2. \quad (13)$$

令 $k = \beta_2 \text{tg} \varphi$, 则

$$(h/h_c)^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (1+k)^2 / \operatorname{tg}^2 \varphi = ((1+k) - kh/h_c)^2. \quad (14)$$

由图 1 可知 $\operatorname{tg} \alpha = -dh/dx$, x 为床面上任意一点到床面中心处的水平距离; h 为对应水深. 则式(14)可化为

$$d(-h/h_c)/[1 + 2(-h/h_c)k/(1+k) - (-h/h_c)^2(1-k)/(1+k)] = \operatorname{tg} \varphi d(x/h_c), \quad (15)$$

对式(15)两边进行积分, 可得

$$-\sqrt{(1+k)/(1-k)} \arcsin[h(1-k)/h_c + k] = \operatorname{tg} \varphi h/h_c + C, \quad (16)$$

式中 C 为积分常数. 当 $x=0$ 时, $h=h_c$, 则

$$C = -\pi \sqrt{(1+k)/(1-k)}/2. \quad (17)$$

把 C 值代入式(16)得

$$h/h_c = \{\cos[\operatorname{tg} \varphi \sqrt{(1-k)/(1+k)} x/h_c] - k\}/(1-k), \quad (18)$$

式(18)为所求细沟临界断面基本方程, 其中 $k = \beta_2 \operatorname{tg} \varphi$, β_2 为上举力系数. 李贞儒等^[1]通过实验认为松散颗粒上举力系数 β_2 值约为 0.26.

3 细沟临界断面水力几何形态要素变化规律

在细沟出现临界断面条件下, 由式(18)可导出其水力几何形态要素变化规律如下:

1. 细沟临界断面水面宽度 B_c .

当 $x = B_c/2$ 时, $h=0$, 由式(18)得

$$B_c/2h_c = \sqrt{(1+k)/(1-k)} \arccos k / \operatorname{tg} \varphi. \quad (19)$$

2. 细沟临界断面过水面积 A_c .

$$A_c = 2 \int_0^{B_c/2} h dx = B_c h_c (\sqrt{1-k^2} \arccos k - k)/(1-k). \quad (20)$$

3. 细沟临界断面湿周 P_c .

$$\begin{aligned} P_c &= 2 \int_0^{B_c/2} \sqrt{1 + (dh/dx)^2} dx \\ &= 2 \int_0^{B_c/2} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi [1 - \cos(2\operatorname{tg} \varphi \sqrt{(1-k)/(1+k)} x/h_c)]} dx \end{aligned} \quad (21)$$

对函数 $\cos(2\operatorname{tg} \varphi \sqrt{(1-k)/(1+k)} x/h_c)$ 利用麦克劳林展开, 并取前三项, 得

$$\cos(2\operatorname{tg} \varphi \sqrt{(1-k)/(1+k)} x/h_c) \approx 1 + 0 - 2\operatorname{tg}^2 \varphi (1-k)x^2/(1+k)h_c^2. \quad (22)$$

把式(22)代入式(21)得

$$P_c = \operatorname{tg}^2 \varphi h_c \{B_c \eta' / 2h_c + 2(1+k) \ln[(B_c/2h_c + \eta') \operatorname{tg}^2 \varphi / \sqrt{2(1+k)}] / \operatorname{tg}^2 \varphi\} / \sqrt{2(1+k)}, \quad (23)$$

式中 $\eta' = \sqrt{2(1+k)^2 / \operatorname{tg}^4 \varphi + B_c^2 / 4h_c^2}$.

4. 细沟临界断面水力半径 R_c .

$$R_c = A_c / P_c, \quad (24)$$

把式(20, 23)代入式(24)可得水力半径 R_c .

5. 细沟临界断面流量 Q_c .

由于目前对细沟流水力学研究较少,则近似利用明渠水力学的方法来分析细沟流的水流特性. 由明渠均匀流的达西阻力公式可求细沟临界断面流量得

$$Q_c = (8g/f)^{1/2} R_c^{1/2} S_0^{1/2} A_c, \quad (25)$$

式中 f 为达西-韦斯巴赫阻力系数; R_c 为水力半径; A_c 为过水断面面积. 把式(24)代入式(25)得

$$Q_c = (8g/f)^{1/2} P_c^{-1/2} S_0^{1/2} A_c^{3/2}, \quad (26)$$

把式(20,23)代入式(26)可得细沟临界断面流量.

关于细沟水流阻力问题的研究很少. Forster, et. al. 从细沟流切应力叠加出发, 即 $\tau = \tau_s + \tau_f$, 式中 τ_s 为表面阻力; τ_f 为形态阻力^[3]. 利用 $\tau = \rho v^2 f / 8$ 得阻力系数 $f = f_s + f_f$. 由试验资料求得总阻力系数

$$(1/f)^{1/2} = 2.14 \lg(R/\lambda), \quad (27a)$$

$$\lambda = 28.3 \sigma_c^{1.66}. \quad (27b)$$

式中 R 为水力半径; λ 为阻力参数; σ_c 为沿沟槽纵剖面高程的标准差.

许多研究者认为细沟流水力特性与坡面流基本相似, 可采用坡面流的研究成果, 据此利用已有坡面流水流阻力的研究成果来分析细沟水流阻力. 对坡面浅层水流的阻力问题进行了试验研究, 分析雷诺数、雨强、床面糙度和坡度对 Darcy-Weisbach 阻力系数的影响以及彼此之间的相互关系, 得到了有雨情况下的阻力系数关系式^[4]

$$\text{层流区 } (R_* < 800) \quad f = (24 + 3.453(1 + 1.359 \sqrt{\Delta}) S_0^{0.403} i^{0.743 - 0.315 \Delta^{0.5}}) / R_*, \quad (28a)$$

紊流区 ($R_* \geq 2000$)

$$\text{陡坡 } (S_0 > 3^\circ) \quad f = (1.340 + 3.154 \Delta) S_0^{0.465} R_*^{-0.5}, \quad (28b)$$

$$\text{缓坡 } (S_0 < 3^\circ) \quad f = (0.285 + 0.62 \Delta^{5/7}) R_*^{-0.25}, \quad (28c)$$

式中 i 雨强 (mm/min); S_0 为平均坡降 ($^\circ$); Δ 为糙率高度 (mm); R_* 为雷诺数. 由于研究的是临界细沟的水流阻力, 且床面泥沙近似为均匀沙, 因此可假定糙率高度 Δ 为零, 那么式(28a, 28b, 28c)可化为

$$\text{层流区 } (R_* < 800) \quad f = (24 + 3.453 S_0^{0.403} i^{0.743}) / R_*, \quad (29a)$$

紊流区 ($R_* \geq 2000$)

$$\text{陡坡 } (S_0 > 3^\circ) \quad f = 1.340 S_0^{0.465} R_*^{-0.5}, \quad (29b)$$

$$\text{缓坡 } (S_0 < 3^\circ) \quad f = 0.285 R_*^{-0.25}. \quad (29c)$$

式中 $R_* = (Q_c R_c) / (v A_c)$, v 为水的运动粘滞系数.

6. 细沟临界断面中心处水深 h_c

细沟临界断面中心处水深 h_c 可利用梅叶-彼德的泥沙起动标准^[2]确定其值, 即

$$h_c = 0.047(r_* - r) D / r s_0, \quad (30)$$

式中 D 为床沙粒径; s_0 为坡面平均比降; r, r_* 为水和泥沙容重.

4 坡地细沟密度的研究

细沟在坡地上的发育及发展过程伴随着对坡地的侵蚀, 细沟密度反映了细沟发育的复杂程度, 从而可作为研究坡地侵蚀的一个定量指标. 细沟侵蚀受降雨强度, 坡面比降,

土壤特性等诸多因素的影响,是一个极其复杂的物理过程,因此考虑细沟发育极限状态(临界细沟)的细沟密度更具有实际意义。

假定在坡长为 L ; 宽度为 W ; 平均坡降为 S_0 的坡地上(图 2), 在降雨强度保持稳定值 i 的情况下, 若坡地上所有细沟均达到临界状态, 在任意断面 $A-A'$ 处的流量为

$$Q_x = i x' w. \quad (31)$$

如果在 $A-A'$ 断面的临界细沟数为 n , 则 $Q_x = nQ_c = i x' w$, 把(25)式代入上式得

$$n = i x' w / A_c \sqrt{8gs_0 R_c / f}. \quad (32)$$

由于临界细沟水面宽度为 B_c , 则 $A-A'$ 断面细沟密度 R_D 为

$$R_D = n B_c / W = i x' B_c (8g/f)^{-1/2} S_0^{-1/2} R_c^{-1/2} A_c^{-1}. \quad (33)$$

把式(30)代入式(19, 20, 24), 可得

$$B_c = C_1 0.047 (r_s - r) D / r s_0, \quad (34a)$$

$$A_c = C_2 [0.047 (r_s - r) D / r s_0]^2, \quad (34b)$$

$$R_c = C_3 0.047 (r_s - r) D / r s_0, \quad (34c)$$

式中

$$C_1 = 2 \sqrt{(1+k)/(1-k)} \arccos k / \operatorname{tg} \varphi; C_2 = C_1 (\sqrt{1-k^2} / \arccos k - k) / (1-k);$$

$$C_3 = \sqrt{2} [C_1 \eta / 2 + 2 \ln((C_1 / 2 + \eta) \operatorname{tg}^2 \varphi / \sqrt{2} (1+k)) (1-k)^2 / \operatorname{tg}^4 \varphi]^{-1} C_2 (1+k) / \operatorname{tg}^2 \varphi;$$

$$\text{式中 } \eta = \sqrt{2(1+k)^2 / \operatorname{tg}^4 \varphi + C_1^2 / 4}.$$

把式(34a, 34b, 34c)代入式(33)得

$$R_D = \sqrt{f/8g} C_1 C_2^{-1} C_3^{-1/2} [r/0.047 (r_s - r) D]^{3/2} i x' s_0, \quad (35)$$

如果忽略细沟水流上举力的影响, 即 $\beta_2 = 0, k = 0$, 则式(34a, 34b, 34c, 26, 35)简为

$$B_c = C_1' 0.047 (r_s - r) D / r s_0, \quad (36a)$$

$$A_c = C_2' [0.047 (r_s - r) D / r s_0]^2, \quad (36b)$$

$$R_c = C_3' 0.047 (r_s - r) D / r s_0, \quad (36c)$$

$$Q_c = (8g/f)^{1/2} S_0^{1/2} C_2' C_3'^{1/2} [0.047 (r_s - r) D / r s_0]^{2.5}, \quad (36d)$$

$$R_D = \sqrt{f/8g} C_1 C_2'^{-1} C_3'^{-1/2} [r/0.047 (r_s - r) D]^{3/2} i x' s_0, \quad (36e)$$

式中 $C_1' = \pi / \operatorname{tg} \varphi, C_2' = 2 / \operatorname{tg} \varphi,$

$$C_3' = 2 \sqrt{2} [\pi \sqrt{2 + \pi^2 \operatorname{tg}^2 \varphi / 4} / 2 + 2 \ln((\pi \operatorname{tg} \varphi / 2 + \sqrt{2 + \pi^2 \operatorname{tg}^2 \varphi / 4}) / \sqrt{2})]^{-1},$$

f 为达西-韦斯巴赫阻力系数, φ 为泥沙水下休止角。根据天津大学室内试验成果^[5], 角度 φ 与泥沙粒径有关, 其关系式为: $\varphi = 32.5 + 1.27D$, 式中 φ 为泥沙水下休止角($^\circ$), D 为泥沙粒径(mm)。由式(36a, 36b, 36c)可知, 细沟临界断面的几何形态主要与床面泥沙粒径和坡面比降有关, 随着坡降 S_0 的减小, 临界断面的水面宽度, 过水面积及水力半径都

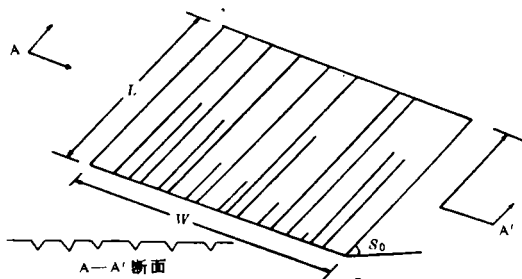


图 2 细沟模式示意图

Fig. 2 Schematic of Rilling Pattern

将增大. 在式(36e)中

$$R_0 \propto C_1^{-1} C_2^{-1} C_3^{-1/2} D^{-3/2},$$

而 $C_1^{-1} C_2^{-1} C_3^{-1/2} D^{-3/2} \propto (\operatorname{tg} \varphi)^{1/2} D^{-3/2} \propto (32.5 + 1.27D)^{1/2} D^{-3/2} \propto D^{-1}$. 由此可知, 细沟密度随坡地比降 S_0 , 流量 q' 的增大而增大; 随土壤颗粒粒径 D 的减少而增大, 与细沟侵蚀发育的机理是一致的.

5 结 语

1. 细沟侵蚀发育是坡地土壤侵蚀的重要组成部分, 它的形成与发展主要取决于水流条件和土壤特性. 假定细沟全断面泥沙处于临界起动条件下, 导出了细沟临界断面的基本方程.

2. 利用细沟临界断面基本方程分析讨论了细沟断面几何形态要素的变化规律, 并提出了用细沟密度去研究坡地的细沟侵蚀程度.

参 考 文 献

- [1] 李贞儒, 陈媛儿, 赵云. 作用于床面球体的推力和举力试验研究. 第二次河流泥沙国际学术讨论会论文集续编. 1983, 46~47.
- [2] 钱宁, 万兆惠著. 泥沙运动力学. 科学出版社, 1983, 284.
- [3] Forster, G. R. et. al. A laboratory study of rill Hydraulics; 1. Velocity relationships. Trans. ASAE, 1984, 27(3), 755~762.
- [4] 陈国祥, 姚文艺. 坡面流水力学. 河海科技进展, 1992, 12(2), 7~13.
- [5] 张瑞瑾, 谢鉴衡, 王明甫等编著. 河流泥沙动力学. 水利电力出版社. 1988, 54.

STUDY ON HYDRAULIC GEOMETRY PROPERTIES FOR THE THRESHOLD CROSS-SECTION OF THE RILL

Wang Xiekang Fang Duo

(State Key Hydraulics Laboratory of High Speed Flows, Sichuan Union University Chengdu 610065)

Abstract

The study on the bed shear stress of the rill obtained a threshold cross-sectional equation and discussed the changes of hydraulic geometry properties of the threshold cross-section under the condition of critical incipient motion on the periphery of the rill. Furthermore, the soil erosion of the slope was analysed by means of the rill density.

Key words shear stress, critical incipient motion, threshold cross-section, rill density.