

# 泥石流暴发的自组织临界现象\*

罗德军<sup>1)</sup> 艾南山 李后强

(四川联合大学物理系 成都 610064)

**提 要** 泥石流是一种特殊的物质、能量大规模耗散的地表现象。在泥石流的形成区松散堆积物组元间的非线性作用,使系统自然地朝着临界状态演化,这种耗散动力学系统的行为特征,用自组织临界状态的概念能加以解释。泥石流规模与频率间呈幂律关系,它是自组织临界状态系统的行为标志,证明了泥石流暴发的自组织临界性。

**关键词** 泥石流 自组织临界现象 幂律

泥石流暴发过程即松散堆积物的起动过程,是相互作用、相互约束、相互反馈的非线性过程,其动力系统的描述应是非线性方程。处于临界状态时,外界的细微扰动,诸如降水等将被放大而导致规模不等的泥石流暴发。非线性是泥石流暴发表现出来的复杂性的本质。泥石流作为典型的地表现象,实质上是一种耗散动力学系统,因此可用非线性动力学的观点、方法对泥石流的暴发加以探讨<sup>[1]</sup>。

## 1 自组织临界性

1987年巴克(Bak)等<sup>[2]</sup>提出的“自组织临界性”(self-organized criticality)概念,用以解释广延耗散动力学系统的行为特征。这种耗散动力学系统的大量组元间存在的作用,使系统自然地朝着临界状态演化。在临界状态下,小事件引起的连锁反应能对系统中任何数目的组元产生影响。遍及所有规模的连锁反应是其动态特性的本质。宏观表现上,小事件的发生比大事件的发生多,但是大小事件都起源于同一机理。自组织临界状态理论属于整体理论,它描述系统的总体特征,本质上是研究多体现象,不取决于微观机理,不必通过分析系统的各部分去了解其总体特征。能说明自组织临界状态的是沙堆模型。美国国际商用机器公司(IBM)的技术人员设计了一个沙堆实验<sup>[3]</sup>,通过一台微机控制设备,向一个圆盘上逐颗添加沙粒,盘上逐渐形成一个坡度平缓的沙堆。沙堆某处坡度过陡后,沙粒发生滑坡,引起小雪崩;随着加入沙粒的增加,沙堆的坡度增陡,雪崩的平均规模也增加,一些沙粒开始落到圆盘以外。当添加到沙堆上的沙粒与落到圆盘外的沙粒两者的数量在总体上达到平衡时,沙堆就停止增长,此时沙堆系统达到临界状态。

向处于临界状态的沙堆加入一沙粒,这颗沙粒可能引起不同规模的雪崩,甚至出现遍及整个系统的大雪崩。但是大多数情况下,这颗沙粒的落下不会引起任何规模的雪崩。而出现的雪崩事件中,小规模的多,大规模的少,即使最大的雪崩也只能包含沙堆的一小

\* 国家科委基础研究基金资助项目(编号:[92]国科高字 102号)和中国科学院东川泥石流观测研究站基金资助项目之部分研究成果。

1)现在工作单位:铁道部第二勘测设计院科研所(成都 610031)。

本文收稿日期:1995-07-14。

部分,因而沙堆的斜坡坡度被锁定在临界状态.雪崩是一种连锁反应,即分岔过程.在雪崩开始时,沙堆表面不稳定,一颗沙粒沿斜坡下滑,只有滑到一个稳定的位置上时,它才会停止,否则就继续下滑.如果滑动沙粒碰到那些极为不稳定状态的沙粒,就一起下滑.随着这一过程的继续,每一颗运动着的沙粒都可能停止或继续下滑,并可能带动其他的沙粒下滑.当所有活动沙粒都停止或者落在沙堆之外时,这一过程才会停止.雪崩的规模,取决于落下的沙粒总数.沙堆能保持恒定的高度和坡度,是因为活动性消失的概率与活动性分岔的概率在总体上是保持平衡的,因此连锁反应维持着一种临界状态,对应一休止角,其大小受沙粒大小、重力大小等因素影响.

## 2 泥石流暴发的自组织临界现象

泥石流暴发是松散堆积物的起动力结果,大量松散堆积物间存在着长程相关的非线性作用.在风化、侵蚀、搬运等外营力作用下,泥石流形成区的坡面上、沟谷中的松散堆积物不断增多,势能不断积累,最终导致泥石流暴发.这与表述自组织临界性的沙堆模型具有相同的机理.

泥石流形成区松散堆积物的空间组织形态与沙堆的空间组织形态具有类似性.松散堆积物的分布与聚集受坡面坡度沟谷纵坡的影响,山高坡陡、岭谷相对高度悬殊、地质条件差等有利于岩石的破碎和松散堆积物的形成、起动力;但坡面坡度沟谷纵坡过陡又不利于松散堆积物的大量聚集,也就不利于泥石流的形成.统计资料表明<sup>[4]</sup>,成昆铁路沿线82%的泥石流流域内坡面坡度 $25.0^{\circ}$ — $52.1^{\circ}$ ;沿线与铁路直交的坡面泥石流共有60处,坡面坡度在 $23.8^{\circ}$ — $45.6^{\circ}$ 之间,其中97%的坡面坡度 $28.8^{\circ}$ — $45.6^{\circ}$ ,而 $>45.0^{\circ}$ 的陡坡上松散堆积物却极少,仅残留有薄土层.另有资料表明<sup>[5]</sup>,以岩屑和残余矿石为主的砾石类的休止角为 $35^{\circ}$ — $45^{\circ}$ ,沙类土的为 $28^{\circ}$ — $40^{\circ}$ ,这大致与这一带坡面坡度相吻合,松散堆积物有可能处于临界状态.但是只有少数外力作用十分强烈的泥石流沟,风化松散堆积物可以充分供应,与沙堆模型沙粒的供应条件完全相似;大多数的泥石流沟,在一场泥石流暴发后,要等待一段时间之后,山坡上的松散堆积物才能满足又一场泥石流的需要.然而这只是引起时间的滞后而已,过程的实质还是相似的.

处于临界状态的松散堆积物,在降水或坡麓堆积物流失等扰动下,某些堆积物将开始滑动,只有到稳定的位置滑动才会停止.如果运动物质碰到极不稳定的松散物,就会一起下滑.随着这一过程的继续,运动的松散堆积物有可能停止或继续下滑;也有可能带动其他的松散堆积物向下运动,导致如沙粒雪崩一样的连锁反应,产生规模大小不一的坡面泥石流.它们汇集于沟底,而形成泥石流.如果泥石流排泄掉的松散堆积物只占总重的小部分,分布、聚集这些松散堆积物的坡面坡度变化又不大,则松散堆积物的堆积仍保持在休止角附近.只要松散堆积物供应充分,犹如往沙堆上不断添加沙粒,因而孕育着下次泥石流的暴发,整个松散堆积物被锁定在自组织临界状态下.在临界状态时,整个系统的物质和能量耗散会有很大的涨落,由此可导致泥石流活动频率的明显变化,短时间尺度表现为一次泥石流过程中的阵性,长时间尺度则表现为一次次泥石流,而且每阵或每次泥石流暴发的规模都不相同.

泥石流活动的动态特征,可能是由表征系统处于自组织临界状态的不稳定结构产生的. 然而识别动态系统不稳定性是当前非线性问题预报中的难题. 即使将泥石流暴发视为自组织临界现象,迄今还不能建立具体地表征泥石流活动性的非线性方程. 不过却可根据泥石流观测的时间序列数据,用功率谱分析方法,反演孕育泥石流暴发的动力特征,探讨泥石流暴发的自组织临界性,能为预测各种规模泥石流暴发提供信息. 当然这要依赖于泥石流观测数据的数量、质量. 泥石流暴发在时间分布上是离散和不均匀的,规模、能量也是离散和不均匀的,这种标度被叫做自仿射性. 为完备标度泥石流暴发的行为特征,引进泥石流活动的数学期望.

设泥石流暴发规模是离散变量  $Q$  (取泥石流流量),  $Q$  有以  $P_1, P_2, \dots, P_n$  为概率的可能值  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ . 在给定时间内,可求出数学期望值

$$X(Q) = (Q_1 P_1 + Q_2 P_2 + \dots + Q_n P_n) / (P_1 + P_2 + \dots + P_n), \quad (1)$$

约定  $\sum_{i=1}^n P_i = 1$ , 则式(1)简化为

$$X(Q) = \sum_{i=1}^n Q_i P_i. \quad (2)$$

为进一步讨论泥石流的自组织临界状态,设时间进程以  $a$ (年)为尺度,采样间隔  $\Delta t$  为  $d$ (天),用式(2)分别求出两者的数学期望  $F(Q)$  和  $f(Q)$ . 将后者与前者的比值定义为泥石流暴发状态  $\xi_i(t)$ , 即

$$\xi_i(t) = f_i(Q) / F(Q). \quad (3)$$

$i=0, 1, 2, \dots, n$ , 由此可以得到一系列  $\xi_i(t)$  值,这刻划了泥石流暴发在每个时段内规模、能量的不均匀程度.

由式(3)得一系列离散时间序列  $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n$ , 对此作离散富氏变换,得

$$U(f_m) = \Delta t \sum_{k=0}^{n-1} W_k \xi_k e^{-2\pi i f_m k}, \quad (4)$$

式中  $f_m = m/n \Delta t$ ;  $m=0, 1, \dots, n/2$ ;  $W_k$  为时间窗,取 1. 对式(4)作平均后,得

$$P(f_m) = 2 \Delta t / |U(f_m)|^2. \quad (5)$$

式(5)即离散时间序列的功率谱. 周期函数的功率谱是一条离散谱线,非周期函数的功率谱是连续的. 下文将证明,泥石流暴发的功率谱曲线具有  $1/f$  噪声性质,也是连续的.

### 3 泥石流暴发的规模和频率关系

处于自组织临界状态的系统中,功率谱曲线具有  $1/f$  噪声的性质,即规模与频率间满足幂律关系. 约翰逊(Johnson)等提出过泥石流暴发的规模与等级间存在着一定的幂律关系,但没有加以证明. 现据云南东川蒋家沟泥石流观测研究站公布的1982—1985年40次泥石流记录数据<sup>[6]</sup>,拟合得出泥石流暴发频率  $N$  (规模  $Q$  的泥石流暴发次数)与规模  $Q$  间的关系为

$$\lg N = 8.6 - 1.05 \lg Q, \quad (6)$$

即  $N(Q) \propto Q^b$ ,  $b = 1.05$  (7)

这证明泥石流暴发规模与频率间满足幂律关系,即泥石流暴发的功率谱曲线具有  $1/f$  噪

声性质.

20世纪40年代,前苏联学者也曾总结出洪水暴发频率  $N$  与洪水量  $Q$  间的关系满足

$$\lg N = a - b \lg Q. \quad (8)$$

地震震级  $M$  与发生频率  $N$  间的关系满足

$$\lg N = a - b \lg M. \quad (9)$$

这就是著名的古登堡(Gutenberg)-里克特(Richter)公式,也称 G-R 公式.

式(7—9)在形式上的相似决非偶然. 半个多世纪里,人们对 G-R 公式的意义一直没能讲得清楚. 只是80年代末才有人用自组织临界性概念来解释这种幂律分布,并认为这是自组织临界性的数学表征.

自组织临界现象是一种弱混沌现象<sup>[7]</sup>. 弱混沌现象与完全混沌现象有显著区别:弱混沌系统行为的不确定性随时间推移而增长,但增长速度比混沌系统的增长速度慢得多,是呈幂律而不是如完全混沌那样呈指数规律增长,系统是在混沌边缘上演化;完全混沌系统的特征是存在一个时间尺度,超过这个尺度就难于预测. 弱混沌系统不存在这样的时间尺度,因而可进行长期预测或预报. 弱混沌系统的事件间在时间上是长程相关,即具有“记忆”能力.

经过某一时段  $t$  后,就可记录到一地泥石流暴发的时间序列. 若在  $(n)t$  次泥石流中,最大的一次泥石流流量记作  $Q_{\max}$ ,则

$$n(t) \int_{Q_{\max}}^{\infty} N(Q') dQ' = 1, \quad (10)$$

角标“'”表示已对式(7)作了归一化,即

$$\int_0^{\infty} N(Q') dQ' = 1. \quad (11)$$

由式(7,10)可得

$$Q_{\max} \propto n(t)^{1/(b-1)}, \quad (12)$$

即通过对泥石流暴发频率的记载,可推算出某一时段内的泥石流可能暴发的最大规模. 为此定义

$$\langle Q \rangle(t) = \int_{Q_{\min}}^{Q_{\max}} Q N(Q) dQ; \quad (13)$$

$$J(t) \propto [n(t)/t] \langle Q \rangle(t), \quad (14)$$

式中  $Q_{\min}$  是最小的一次泥石流流量;  $\langle Q \rangle(t)$  是时段  $t$  内的泥石流平均规模;  $J(t)$  是单位时间内的泥石流暴发规模,即耗散速率. 泥石流的松散堆积物产生量、排放量受诸多因素影响,各个因素在短时间内变化很大,但在长时间内各个因素各自的作用却是均匀的、相同的,因此在长时段内,从平均角度看,可认为松散堆积物产生量随时间推移而均匀增加,单位时间内松散堆积物产生量是常量. 从系统组元的数目总是守恒这个意义上说,在某一时段内松散堆积物产生量等于耗散量,耗散速率等于产生速率,  $J(t)$  是常量,即

$$J(t) \propto \text{常量}. \quad (15)$$

由式(12—14)得

$$Q_{\max} \propto t. \quad (16)$$

式(16)表明, 泥石流暴发规模与暴发此等规模的两次泥石流间的时段  $t$  成正比, 即规模与频率成反比. 由已知的高频( $1/t_1$ )小规模泥石流  $Q_1$  可以推知低频( $1/t_2$ )大规模泥石流  $Q_2$  的暴发规律

$$t_1/t_2 = Q_1/Q_2. \quad (17)$$

实际的山坡坡体范围总是有限的, 泥石流规模受坡体松散堆积物产生量的影响, 存在因有限尺度引起的截至范围, 式(16, 17)只能在一定尺度范围内成立.

由式(9)还可得到: 某一时段  $t$  内规模  $< Q \propto t$  的泥石流暴发概率为

$$P(t, Q) \propto \exp[-n(t) \int_0^{\infty} N(Q) dQ] \propto \exp[-n(t)Q^{-(b-1)}]. \quad (18)$$

暴发了规模  $Q \propto t$  的泥石流后, 又经历了一个时段  $t$ , 尚未暴发规模  $Q \propto t$  的泥石流; 于是在  $t+dt$  时段内, 规模  $Q \propto t$  的泥石流暴发概率为

$$P(t) \propto P(t, Q) \int_0^{\infty} [N(Q) dQ] dn(t)/dt \propto t^{-1}. \quad (19)$$

若作标度代换  $t \rightarrow \lambda t$ ,  $dt \rightarrow \lambda dt$ , 则式(19)具有标度不变性, 这正体现了系统的  $1/f$  噪声的时间特征.

## 4 结 语

自组织临界现象在自然界中相当普遍. 除泥石流暴发外, 地震、滑坡都可能达到自组织临界状态. 但自然界的失稳并不都表现为自组织临界状态; 就是同一种自然现象由于条件不同, 表现出的行为也不同. 崔鹏研究过泥石流暴发是一种突变行为<sup>[8]</sup>. 滑坡同样也可能表现出突变行为<sup>[9]</sup>. 沙依德格尔(Scheidegger)认为, 自然界的不连续行为有突变和混沌两种演化形式, 前者是由于外部因素形成系统的失稳, 而混沌却来自系统内部的涨落<sup>[10]</sup>. 其实非线性作用还要复杂, 有时系统可能既不是混沌过程, 也不是突变过程. 初始不确定性随时间推移不是呈指数增长, 而是呈幂律增长. 这种在混沌边缘上演化的行为称为弱混沌, 也就是自组织临界状态.

泥石流暴发的自组织临界性, 暴发的规模和频率间的关系, 可作为对泥石流暴发的定性预测. 这一结果已用作为铁路泥石流防治工程可靠性设计的极限状态的根据<sup>[1]</sup>.

## 参 考 文 献

- [1] 李后强, 罗德军, 艾南山. 泥石流暴发的 SOC 理论. 见: 中国水土保持学会, 云南省地理研究所, 云南省计委国土办等主编. 首届全国泥石流滑坡防治学术会议论文集(1993年). 昆明: 云南科技出版社, 1993. 105.
- [2] Bak P, Tang C, Wiesenfeld K. Self-organized criticality. *Physics Review*, 1988, A38: 364—374.
- [3] Held G A, Solina D H, Keana D T et al. Experimental study of critical-mass fluctuations in an evolving sandpile. *Physical Review Letters*, 1990, 65(9): 1120—1123.
- [4] Kang Zicheng, Zhang Shucheng. An analysis of sediment transport by debris flow in Jiangjia Gully, Yunnan. In: Burt T B, Walling B D E eds. *Catchment Experiments in Fluvial Geomorphology*. Cambridge: University Press, 1984. 477—488.
- [5] 张咸恭编. 工程地质学(上册). 北京: 地质出版社, 1979. 8.
- [6] 吴积善, 康志成, 田连权等主编. 云南蒋家沟泥石流观测研究. 北京: 科学出版社, 1990. 100—101.

1) 姚令侃. 泥石流地区铁路选线辅助决策系统的研究. [博士学位论文]. 成都: 西南交通大学铁道工程系, 1994.

- [7] Bak P, Chen K. Self-organized criticality. *Scientific American*, 1991, 264(1): 26—29.  
[8] 崔鹏. 泥石流起动条件及机理的实验研究. 科学通报, 1991, 36(21): 1650—1652.  
[9] 高鹏, 艾南山. 土质坡体破坏的突变模型. 工程地质学报, 1994, 2(4): 67—76.  
[10] Scheidegger A E. *Theoretical Geomorphology*, 3rd ed. Berlin: Spring-Verlag, 1991. 260—262.

## BREAKOUT OF DEBRIS FLOW AS A SELF-ORGANIZED CRITICAL PHENOMENON

Luo Dejun<sup>1)</sup> Ai Nanshan Li Houqiang

(Department of Physics, Sichuan University Chengdu 610041)

### Abstract

A sandpile cellular-automata model which stems from the hypothesis of self-organized criticality (SOC) suggested by Bak, Tang and Wiesenfeld is applied to development of debris flow. The occurrence of debris flows, as a dissipative system, should be involved into SOC. In a sandpile grains of sand are added one by one. After some time, the sandpile will evolve to a steady state in which its slope fluctuates around an average value. Once the sandpile is in this state, the addition of a single grain of sand can trigger an avalanche (a occurrence of debris flow) of any size. The distribution functions of the size and duration of those avalanches obey a power law. On slopes of a debris flow gully supplied by abundant loosen accumulation, a break-out of debris flow is like an avalanche in sandpile model. The occurrences of debris flow can be described phenomenologically as the avalanche behavior.

According to the data of debris flows for 40 times recorded from 1982—1985 by the Dongchuan Debris Flow Observation and Research Station, Chinese Academy of Sciences, a power law of frequency and scale of debris flow occurrence was found to obey a formula,

$$\lg N = 8.6 - 1.05 \lg Q,$$

in which  $N$  and  $Q$  are respectively the times (frequency) and mass (scale) of the breakouts of debris flow. P. A. Johnson *et al.* have discussed the question of the power law of debris flow, but haven't mathematically proved. Statistical relationship between frequency and scale of debris flow occurrences is firstly calculated, which shows the debris flow is actually a kind of self-organized critical phenomena, because this power law is one of some manifestation of the self-organized criticality.

**Key words** debris flow, self-organized criticality, power law

1) Present address, Sci. & Tech. Dept., No. 2 Surveying and Designing Inst. of Railway Ministry, 610031, Chengdu.