

# 黄土斜坡稳定性的模糊信息分析法\*

王家鼎 冯学才 孟兴民

(甘肃省科学院地质灾害防治研究所)

**提 要** 本文基于黄土斜坡稳定性的实际资料,利用信息分配、模糊一二级近似推论及信息集中等原理建立了一套黄土斜坡稳定性的评价方法。用这套方法对一些黄土斜坡(非母体)稳定性进行了验证,其结果与实际情况一致。本方法已应用于兰州市滑坡防灾规划和皋兰山三台阁北侧几个滑坡及斜坡稳定性的研究中,效果良好。

**关键词** 黄土斜坡 模糊信息 信息分配 信息集中

关于斜(滑)坡稳定性的评价,国内外学者提出了数目繁多的方法<sup>[1]</sup>。在国外介绍的方法中,多半只有力学计算法,且多用有效应力法<sup>[2]</sup>。我国则强调在工程地质分析基础上的力学计算。从目前较为流行的评价方法来看,还都存在一定的不足之处。如圆弧法,从实际问题简化到求解不很严谨,没有充分考虑土体的物理力学性质,滑体的物质结构,边界条件等。随着土力学的发展、电算的广泛应用及其它科学发展带来的影响,在一些工程问题中已经用新方法取而代之。但这些方法计算都较繁琐,不适用大面积的规划研究使用,加之它们几乎都没有考虑斜坡稳定性发展过程中的不确定性(如随机性、模糊性及灰色性等)。通过认真地分析“斜坡稳定性”概念,就会发现它是一外延没有明确界限,内涵又不十分清楚的灰色模糊概念。所以,拟采用模糊集理论和灰色理论中的方法原理对该问题进行定量研究。

## 一、基 本 理 论

### (一)模糊近似推论

模糊近似推论是进行大系统和不确定性系统的主要环节。其数学公式表示为:

$$B_i = A_i \circ R \quad (1)$$

式中  $A_i, B_i$  分别为论域  $U \triangleq \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ ,  $V \triangleq \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  里的模糊子集,代表某种概念,  $R$  称为模糊关系,它反映依据信息而获得的知识经验。符号“ $\circ$ ”表示运算规则或合成方法。

从式(1)可知,模糊关系是进行模糊近似推论的主要环节。 $R$ 是由若干条单块信息构成的。Zadeh 和 Mamadani<sup>[3,4]</sup>曾建议采用条件命题,“If  $A_i$  then  $B_i$ ”等办法来表示这些单块信息。本文拟采用信息分配法<sup>[5]</sup>来求取模糊关系  $R$ 。

\* 本文是在王靖泰研究员的指导下完成的,王序铨、李震二同志也给笔者以帮助,谨此致谢!

本文改回日期:1990-03-27.

## (二) 信息分配

前已述及,  $R$  是进行模糊近似推论的主要成分, 而  $R$  是如何求取的呢? 前人提出了多种方法, 归纳如图 1.

文献[5]提出了信息分配法, 其优点是:

1. 摆脱主观的数学约束, 使原始数据不被破坏; 2. 方法简单、直观, 容易实现整个观察对象的宏观控制。该方法在实用中取得了良好的效果<sup>[6,7]</sup>, 而后, 文献[8]又对该方法提出了数学证明。笔者在文献[9,10]里也提出了另

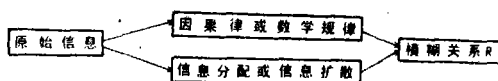


图 1  $R$  求取框图

Fig. 1 The way of seeking fuzzy relationship  $R$

一条求  $R$  的途径: “信息扩散”原理, 其物理意义更加明确, 但它适用于二维情况。本文为简单起见, 采用信息分配法求出一维情况下的模糊关系矩阵。

设有两个论域:

$$U \triangle \{u_1, u_2, \dots, u_n\} \quad (2)$$

$$V \triangle \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \quad (3)$$

以元素  $u_i, v_j$  作为行列构成信息矩阵  $Q(n \times n)$ , 信息矩阵记录了  $U$  在  $V$  轴上的可能性分布。每个原始信息数据提供了一个单位信息, 它按一定形式分配给相邻的控制点。公式如下:

$$Q_{ij} = 1 - \frac{|u - u_i|}{\Delta}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

式中  $\Delta$  为基础变量各档次的步距, 即  $\Delta = u_{i+1} - u_i$ ,  $Q_{ij}$  是构成信息矩阵的元素, 信息矩阵正规化后为模糊关系  $R$ 。

## (三) 模糊近似推论 $B_i = A_i \cdot R$ 中 $A_i$ 的求法

为了避免前人采用专家打分的主观影响, 笔者曾提出如下公式<sup>[9,10]</sup>:

$$\text{I) 当 } a \leq a_{\min}, \quad a_{\min} \in A_i \quad \text{时} \\ A_i = [1, 0, \dots, 0] \quad (5)$$

$$\text{II) 当 } a \geq a_{\max}, \quad a_{\max} \in A_i \quad \text{时} \\ A_i = [0, 0, \dots, 1] \quad (6)$$

$$\text{III) 当 } a_{\min} < a < a_{\max} \quad \text{时} \\ A_i = [\text{Max}\{0, 1 - \frac{|a - a_i|}{\Delta}\}] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

式(7)中的  $\Delta$  为步距, 即  $\Delta = a_{i+1} - a_i$ 。式(5,6)表明: 当原始信息元素  $a$  超出  $A_i$  的范围时 ( $a \notin A_i$ ), 应突出  $A_i$  两头元素 ( $a_{\min}, a_{\max}$ ) 的信息。

## (四) 信息集中

为了不丢失由模糊近似推论得出结果的信息, 文献[7,9,10]提出了信息集中原理

$$u = \sum_{i=1}^n b_i^* u_i / \sum_{i=1}^n b_i^* \quad (8)$$

式中  $u$  为要求得变量的最终结果,  $b_i$  为模糊近似推论求出的第  $i$  个元素的隶属度,  $u_i$  为  $i$  等级变量的大小,  $k$  为常数, 视情况而定。

## 二、斜坡稳定性的分类及评价指标

根据黄土地区的实际资料及特点,将斜坡稳定性分为如下几类(表 1)。

表 1 斜坡稳定性分类

Table 1 The classification of loess slope stability

等级	代号	斜坡物质结构组成	地貌特征	在地震动作用下滑坡情况
稳定	I	河流阶地,黄土梁顶,或由砂岩,轻变质岩组成的斜坡	坡脚无河流及人为切割,坡度小于 $30^\circ$	在 7, 8, 9 度地震动作用下不会发生滑坡
次稳定	II	黄土,砂,泥岩互层(岩层倾向山里)	坡脚切割轻微,坡度小于 $30^\circ$	在 7, 8 度地震动作用下无滑坡,但在 9 度以上地震动作用下可能发生局部小滑坡或坍塌
不稳定	III	黄土,泥岩及砂泥岩互层,岩层倾向山外,倾角 $10^\circ-20^\circ$	坡脚切割较强,坡度 $30^\circ-45^\circ$ ,斜坡高度较高	在 7, 8 度地震动作用下,发生小规模滑坡,在 9 度以上的地震动作用下,将发生大规模滑坡,滑距远
极不稳定	IV	上部为黄土,下部为泥岩,二者接触面倾角大于 $25^\circ$ ,或由泥岩及砂岩互层组成的斜坡,岩层倾向山外,倾角 $20^\circ-30^\circ$	坡脚切割强烈,坡顶出现张裂缝,坡度大于 $45^\circ$ ,斜坡高差较大	在地震动作用下,会发生更大规模的滑坡,滑距很远

对于评价斜坡稳定性的因素,设 7 个论域,即:土的粘聚力  $C$ (公斤/平方厘米);土的摩擦角  $\phi$ (度);斜坡的坡度  $\alpha$ (度);斜坡的高度  $H$ (米);年平均降水量  $F$ (毫米);地震地面运动最大加速度  $A_{\max}$ (米/秒<sup>2</sup>);斜坡结构类型  $T$ 。

同理设另一斜坡稳定性论域  $S$

$$S \triangleq \{s_1, s_2, s_3, s_4\} = \{I, II, III, IV\}$$

式中 I 为稳定斜坡;II 为次稳定斜坡;III 为不稳定斜坡;IV 为极不稳定斜坡。

## 三、各评价指标与斜坡稳定性的模糊关系

### (一)岩性、斜坡坡度及高度

岩性对斜坡稳定性的影响较大,人们往往在室内进行土工试验,求出反映土的性质参数:粘聚力  $C$  及内摩擦角  $\phi$ 。在此,先建立粘聚力与斜坡稳定性的模糊关系。

设有两论域:粘聚力论域  $C$ (公斤/平方厘米)与斜坡稳定性论域  $S$ 。

$$C \triangleq \{c_1, c_2, \dots, c_6\} = \{0.05, 0.25, 0.45, 0.65, 0.85, 1.05\}$$

$$S \triangleq \{s_1, s_2, s_3, s_4\} = \{I, II, III, IV\}$$

控制点的选择对模糊关系影响极大,必须经过反复试算而确定之。本文对粘聚力的基础变量进行了控制点的试算选择,将其分为 6 档,步距  $\Delta = 0.2$ 。

以元素  $c_i, s_j$  作为行列构成信息矩阵  $Q(6 \times 4)$ (表 2)。

设有原始数据  $(c, s_j)$ ,它分配给  $Q_{ij}$  的信息按(4)式计算。若原始数据  $(0.40, III)$ ,则  $c_i = c_2 = 0.25$ ,  $c_{i+1} = c_3 = 0.45$ 故

$$Q_{2,3} = 1 - \frac{|0.4 - 0.25|}{0.2} = 0.25$$

$$Q_{3,3} = 1 - \frac{|0.4 - 0.45|}{0.2} = 0.75$$

仿此例将黄土地区收集的40组原始数据进行模糊处理,将 $Q$ 矩阵的对应元素迭加起来,即可形成信息分布表。对这个信息表中的斜坡稳定性各级作正规化处理(即用每列中的最大值遍除该列各行的值),便可得 $C, S$ 的模糊关系 $R_{c,s}$ (表2)。

表2 模糊关系 $R_{c,s}$ Table 2 The fuzzy relationship  $R_{c,s}$  between  $C$  and  $S$ 

$C$ (公斤/厘米 <sup>2</sup> )	I ( $s_1$ )	II ( $s_2$ )	III ( $s_3$ )	IV ( $s_4$ )
$c_1(0.05)$	0	0.403	1.000	1.000
$c_2(0.25)$	0.050	1.000	0.956	0.250
$c_3(0.45)$	0.410	0.925	0.397	0.046
$c_4(0.65)$	0.170	0.149	0	0
$c_5(0.85)$	0.170	0.209	0	0
$c_6(1.05)$	1.000	0	0	0

表3 模糊关系 $R_{\phi,s}$ Table 3 The fuzzy relationship  $R_{\phi,s}$  between  $\phi$  and  $S$ 

$\phi$ (度)	I ( $s_1$ )	II ( $s_2$ )	III ( $s_3$ )	IV ( $s_4$ )
$\phi_1(2.5)$	0	0	0	1.000
$\phi_2(7.5)$	0	0	0.136	0.053
$\phi_3(12.5)$	0	0.038	0.457	0.733
$\phi_4(17.5)$	0	0.440	1.000	0.320
$\phi_5(22.5)$	0	0.024	0.857	0.368
$\phi_6(27.5)$	0.497	0.268	0.300	0.158
$\phi_7(32.5)$	0.311	1.000	0.429	0
$\phi_8(37.5)$	0.745	0.144	0.036	0
$\phi_9(42.5)$	1.000	0	0	0
$\phi_{10}(47.5)$	0.553	0	0	0

同理按信息分配法,可将40组原始资料中的 $\phi, \alpha, H$ 值分别分配在矩阵 $Q_{\phi,s}$ ( $10 \times 4$ ),  $Q_{\alpha,s}$ ( $7 \times 4$ )和 $Q_{H,s}$ ( $9 \times 4$ )中,正规化后可得内摩擦角 $\phi$ ,斜坡坡度 $\alpha$ 和斜坡高度 $H$ 与斜坡稳定性 $S$ 的模糊关系 $R_{\phi,s}$ ,  $R_{\alpha,s}$ 及 $R_{H,s}$ (表3—5)。

表4 模糊关系 $R_{\alpha,s}$ Table 4 The fuzzy relationship  $R_{\alpha,s}$  between  $\alpha$  and  $S$ 

$\alpha$ (度)	I ( $s_1$ )	II ( $s_2$ )	III ( $s_3$ )	IV ( $s_4$ )
$\alpha_1(5)$	0.278	0.136	0	0
$\alpha_2(15)$	1.000	0.320	0.452	0
$\alpha_3(25)$	0.278	1.000	1.000	0
$\alpha_4(35)$	0.556	0.252	0.575	0.474
$\alpha_5(45)$	0.111	0.039	0.356	1.000
$\alpha_6(55)$	0	0	0	0.737
$\alpha_7(65)$	0	0	0	0.474

表5 模糊关系 $R_{H,s}$ Table 5 The fuzzy relationship  $R_{H,s}$  between  $H$  and  $S$ 

$H$ (米)	I ( $s_1$ )	II ( $s_2$ )	III ( $s_3$ )	IV ( $s_4$ )
$h_1(5)$	1.000	1.000	1.000	0.452
$h_2(55)$	0.987	0.913	0.495	0.258
$h_3(105)$	0.484	0.364	0.501	1.000
$h_4(155)$	0.238	0.526	0.209	0.227
$h_5(205)$	0.268	0.283	0.359	0.620
$h_6(255)$	0	0.040	0.060	0.026
$h_7(305)$	0	0.364	0.260	0.194
$h_8(355)$	0	0	0	0.784
$h_9(405)$	0	0	0	0.314

## (二)年平均降水量

由于黄土地区年降水量很少,从这些资料中求出了斜坡稳定性各级的隶属度 $S_f$ (表6)。故该指标可不进行模糊近似推论,仅查表6。

## (三)地震动参数

一般地震工程中仅考虑烈度为6,7,8,9度的情况,其对应的地面运动大加速度为 $0.04g, 0.125g, 0.25g, 0.40g$ ,  $g$ 为重力加速度(米/秒<sup>2</sup>)。同理按信息分配法可求得40组

原始资料的地面运动最大加速度值与斜坡稳定性的模糊关系如表 7。

表 6 隶属度子集  $S_i$ Table 6 Subsets  $S_i$  of membership grade

$F$ (毫米)	I ( $s_1$ )	II ( $s_2$ )	III ( $s_3$ )	IV ( $s_4$ )
<300	1.00	0.60	0.20	0
300—400	0.60	1.00	0.40	0
400—500	0	0.50	1.00	0.5
>500	0	0.20	0.60	1.0

表 7 模糊关系  $R_{a, s}$ Table 7 The fuzzy relationship  $R_{a, s}$  between  $A$  max and  $S$ 

$A$ max(米/秒 <sup>2</sup> )	I ( $s_1$ )	II ( $s_2$ )	III ( $s_3$ )	IV ( $s_4$ )
$a_1(0.04)$	1.000	1.000	0.411	0.102
$a_2(0.125)$	0.479	0.641	1.000	0.855
$a_3(0.250)$	0.216	0.470	1.000	1.000
$a_4(0.400)$	0	0	0.934	1.000

#### (四)斜坡结构类型

不同的斜坡结构类型对斜坡稳定性有极大的影响,但该指标不能用一个量来表示,只能采用专家打分给出稳定性各级的隶属度  $S_i$ (表 8,图 2)。当然,表 8 中所示的只是一些典型的斜坡类型,实用时可根据具体情况由专家评估出  $S_i$ 。

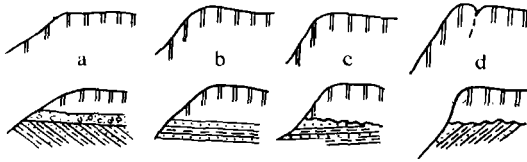


图 2 各种斜坡结构类型

Fig. 2 The types of various slope structure

表 8 隶属度子集  $S_i$ Table 8 Subsets  $S_i$  of membership grade

结构类型	符号	I ( $s_1$ )	II ( $s_2$ )	III ( $s_3$ )	IV ( $s_4$ )
图2(a)	$t_1$	1.00	0.60	0.10	0
图2(b)	$t_2$	0.60	1.00	0.30	0
图2(c)	$t_3$	0.10	0.30	1.00	0.60
图2(d)	$t_4$	0	0	0.70	1.00

## 四、实 用 算 例

本文用一些 40 组原始资料(建立方法所用)之外的数个典型斜坡稳定性资料来验证该方法的可靠性。

举一洒勒山巴峰山大滑坡的例子(表 9)。

表 9 巴峰山滑坡诸参数

Table 9 Various parameters of Bafeng Mountain Landslide

$c$ (公斤/厘米 <sup>2</sup> )	$\varphi$ (度)	$\alpha$ (度)	$h$ (米)	$F$ (毫米)	$A_{max}$ 米/秒 <sup>2</sup>	接触类型
0	0	44	340	549.8	0.125	$t_4$

先以单因素  $c$  推论斜坡稳定性各级的隶属度。从表 2 可知: $c_{min}=c_1=0.05$ (公斤/厘米<sup>2</sup>),故  $c=0 < c_{min}$ ,从式(5)可知:  $C=[1, 0, 0, 0, 0, 0]$

由式(1)得用  $C$  推论的斜坡稳定性( $S_i$ )各级隶属度大小:

$$S_i = C \circ R_{c, s} \quad (9)$$

式(9)中的“ $\circ$ ”为组合运算,其算子的种类十分繁多,目前大多数应用文章皆采用了 Zadeh 的取大取小算子。许多研究表明,该算子很容易丢失信息,本文经试算,认为采用普

通乘算子较好(以下皆同)。由式(9)得

$$S_6 = [1, 0, 0, 0, 0, 0] \begin{bmatrix} 0 & 0.403 & 1.000 & 1.000 \\ 0.050 & 1.000 & 0.956 & 0.250 \\ 0.410 & 0.925 & 0.397 & 0.046 \\ 0.170 & 0.149 & 0 & 0 \\ 0.170 & 0.209 & 0 & 0 \\ 1.000 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ = [0, 0.403, 1.000, 1.000]$$

同理可得出其它指标对斜坡稳定性各级的隶属度如下:

$$\begin{aligned} S_7 &= [0, 0, 0, 1.000], & S_8 &= [0.156, 0.060, 0.378, 0.947], \\ S_9 &= [0, 0.055, 0.040, 0.696], & S_{10} &= [0, 0.200, 0.600, 1.000], \\ S_{11} &= [0.479, 0.641, 1.000, 0.855], & S_{12} &= [0, 0, 0.700, 1.000]. \end{aligned}$$

以上是利用单因素评价斜坡稳定性,为了综合考虑各种因素的影响,必须进行二级模糊近似推论:

$$B^{(2)} = A^{(2)} \cdot R^{(2)} \quad (10)$$

其中  $A^{(2)}$  是每个单因子的权重,笔者利用灰色关联度进行研究过<sup>1), (11)</sup>, 得出如下数组:

$$A^{(2)} = [0.102, 0.102, 0.201, 0.189, 0.080, 0.120, 0.206]$$

式(10)中的  $R^{(2)}$  是  $S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}$  的组合:

$$R^{(2)} = \begin{bmatrix} S_6 \\ S_7 \\ S_8 \\ S_9 \\ S_{10} \\ S_{11} \\ S_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.403 & 1.000 & 1.000 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000 \\ 0.156 & 0.060 & 0.378 & 0.947 \\ 0 & 0.055 & 0.040 & 0.696 \\ 0 & 0.200 & 0.600 & 1.000 \\ 0.479 & 0.641 & 1.000 & 0.855 \\ 0 & 0 & 0.700 & 1.000 \end{bmatrix}$$

故

$$B^{(2)} = A^{(2)} \cdot R^{(2)} \\ = [0.089, 0.164, 0.498, 0.912]$$

→ 0.089/稳定斜坡 + 0.164/次稳定斜坡 + 0.498/不稳定斜坡 + 0.912/极不稳定斜坡  
上式求出了斜坡稳定性各级隶属度大小。

将式(8)中的  $u_i$  取为一模糊子集  $\mu(s_i)$ ,

$$\mu(s_i) | \text{斜坡极度不稳定} \triangleq \frac{0}{\text{稳定}} + \frac{0.5}{\text{次稳定}} + \frac{0.8}{\text{不稳定}} + \frac{1}{\text{极不稳定}}$$

按式(8)的信息集中原理得:

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^4 b^2(s_i) \mu(s_i) / \sum_{i=1}^4 b^2(s_i) \\ &= \frac{0 \times 0.089^2 + 0.5 \times 0.164^2 + 0.8 \times 0.498^2 + 1 \times 0.912^2}{0.089^2 + 0.164^2 + 0.498^2 + 0.912^2} = 0.936 \end{aligned}$$

1) 王家鼎, 1989, 灰色关联度求权函数的几个实例。

故本例属极不稳定斜坡偏弱,与实际情况完全一致。仿此例,本文还对其它数个斜坡及兰州市三台阁周围 7 个斜坡进行了稳定性计算,结果与实际情况基本吻合。本方法已应用于兰州市滑坡防灾规划的研究中。

## 五、结 论

1. 本文考虑了斜坡稳定性发育过程中的不确定性,提出了评价斜坡稳定性的定量方法。

2. 本文综合了岩性、斜坡坡度和高度、年平均降水量、地震动参数及斜坡结构类型等多种因素评价斜坡稳定性,全面地反映了斜坡是否稳定的内部因素,外部因素和环境因素。

3. 从几处实际资料的验证和滑坡防灾规划的实用来看,其结果与实际情况一致,从而说明该方法可靠可行。

## 参 考 文 献

- [1] 铁道部科学研究院西北研究所,1977,滑坡防治,人民铁道出版社,第 11—23 页。
- [2] Baker, R., 1980, Determination of the critical slip surface in slope stability computation. *International Journal for Numerical and Analytical Method in Geotechnique*, 4(1), 333—359.
- [3] Zadeh, L. A., 1975, Calculus of fuzzy restrictions. *Fuzzy Sets and Decision Processes*, Science Press, 1—39.
- [4] Mamadani, E. H., 1977, Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems. *IEEE Trans. on Computer*, 1—26, 1182—1191.
- [5] Liu Zhenrong, 1985, Application of information distribution concept to the estimation of earthquake intensity. *The Analysis of Fuzzy Mathematical Method, Fuzzy Math in Earthquake Research*, Seismological Press, 95—106.
- [6] Huang Zhongfu, 1985, Isoseismic area estimate of Yunnan Province by fuzzy math method. *Fuzzy Math in Earthquake Research*, Seismological Press, 185—193.
- [7] 王家鼎, 1985, 砂土震动液化势评定中的模糊数学方法, *西北地震学报*, 7(3), 第 35—48 页。
- [8] Liu Zhenrong, 1987, An elementary proof of information distribution method relevant in fuzzy information analysis. *Proceedings of the International Symposiums on Fuzzy System and Knowledge Eng.*, Guangdong Higher Education Press, 2, 355—364.
- [9] Wang Jiading, 1986, Further study on fuzzy mathematical method in evaluation of seismic liquefaction potential. *Proceedings of the International Symposiums on Eng., Geology Problems in Seismic Areas*, 2, Italy, 47—56.
- [10] Wang Jiading, 1987, Fuzzy information analysis in soil dynamics problems. *Proceedings of the International Symposiums on Fuzzy Systems and Knowledge Eng.*, Guangdong Higher Education Press, 3, 753—760.
- [11] 王家鼎, 1990, 饱和土震动液化势影响因素分析中的灰色理论方法, *甘肃科学*, 2(1), 第 56—62 页。

## ANALYTIC METHOD OF FUZZY INFORMATION IN EVALUATION OF LOESS SLOPE STABILITY

Wang Jiading Feng Xuecai Meng Xingmin  
(*Geological Hazards Institute, Gansu Academy of Sciences*)

### Abstract

In the paper, authors are rolling the real data of slope stability in loess areas. A set of methods of evaluating slope stability is established by the principles of information distribution, fuzzy inference theory of I, II grade and information concentration. The loess slope stability is classified into 4 sorts: stable slope, stable slope in the main, non-stable slope and non-stable slope extremely. Evaluated parameters are characters of loess ( $c, \varphi$  value), the angle of slope, the height of slope, the mean value of annual rainfall, the few slope stability and those near Santaige Pagoda on top of Gaolan Mountain in Lanzhou City are evaluated by this method, and this method has also been applied in the landslide prevention planning of Lanzhou City.

**Key words** loess slope, fuzzy information, information distribution, information concentration