

文章编号: 1008 - 2786 - (2019)1 - 137 - 07

DOI: 10. 16089/j. cnki. 1008 - 2786. 000407

## 基于 DEM 的对称 13 点局部窗口坡度算法分析

袁 兵<sup>1,2</sup>, 王彬权<sup>3</sup>, 袁光银<sup>1</sup>, 张 璐<sup>4</sup>, 周 路<sup>2\*</sup>

(1. 中石油东方地球物理勘探有限公司西南物探分公司, 成都 610500; 2. 西南石油大学 地球科学与技术学院, 成都 610500;  
3. 中石化石油物探技术研究院, 南京 211103; 4. 中海油湛江分公司, 广东 湛江 524057)

**摘 要:** 局部曲面拟合法是基于 DEM 的计算坡度的常用方法之一, 采用不同的拟合曲面和局部移动窗口将得到不同精度的计算模型, 探索不同的局部窗口类型可以丰富局部曲面拟合法在数字地形分析中的应用。本文考虑不同距离临近点的高程信息, 基于  $3 \times 3$  局部窗口提出了一种由两种不同倍率、与主轴( $x$  轴、 $y$  轴)呈  $45^\circ$  夹角的格网点构成的新窗口——对称 13 点局部窗口, 推导了三阶曲面拟合该窗口的坡度计算公式, 并利用典型数学曲面对该模型的计算精度进行了分析。研究分析认为, 相对于现有的坡度计算模型, 三阶曲面拟合对称 13 点窗口模型能显著地提高坡度计算精度, 但对误差的平滑能力较差, 适用于高精度 DEM。本文的研究扩展了曲面拟合法在数字地形分析中的应用。

**关键词:** DEM; 坡度; 局部曲面拟合法; 精度分析

**中图分类号:** P208

**文献标志码:** A

坡度作为一项重要的地形因子, 是地表形态结构、水文模型、土地规划、滑坡监测与分析等地学分析模型的重要参数<sup>[1-2]</sup>。迄今为止, 基于 DEM 的坡度计算模型发展了多种, 较为常用的方法是在局部范围(如  $3 \times 3$  局部窗口)通过差分或者曲面拟合的方法进行求取<sup>[3-4]</sup>。

坡度计算误差来源于三方面: 数学模型误差<sup>[5-6]</sup>、DEM 采集误差<sup>[7-8]</sup> 和 DEM 格网分辨率<sup>[9-11]</sup>。对于一确定区域的 DEM 数据, 其 DEM 数据中误差、分辨率为固定值, 不同坡度算法的精度差异主要来源于数学模型误差, 而对于局部曲面拟合法, 该差异主要归结于局部窗口和拟合曲面类型的不同。对于前者, 常用的窗口为  $3 \times 3$  局部窗口, 利

用二阶曲面拟合该窗口可以得到计算坡度的三阶差分系列(如三阶不带权差分), 这也是目前最为常用的坡度计算方法<sup>[12]</sup>。也有学者采用其他局部窗口, 如刘学军等<sup>[13]</sup>通过对 DEM 坡度计算的适宜窗口分析, 认为采用  $5 \times 5$  局部窗口可以提取较理想的坡度值; Albani<sup>[14]</sup>在其所采用的试验区采用  $7 \times 7$  局部窗口得到了最佳的坡度值。因此, 基于 DEM 的局部曲面拟合法, 其局部拟合窗口并不仅限于  $3 \times 3$  局部窗口, 甚至不限于  $n \times n$  局部窗口。本文在构建局部窗口时, 考虑不同距离、临近中心格网点的高程信息, 在主轴方向( $x$  轴、 $y$  轴)各增加两个点, 构成了由两种不同倍率、与主轴呈  $45^\circ$  夹角的格网点构成的新窗口——对称 13 点局部窗口。

收稿日期(Received date): 2017 - 10 - 05; 改回日期(Accepted date): 2019 - 02 - 07

基金项目(Foundation item): 国家自然科学基金(41430316); 国家科技重大专项(2017ZX 05008004 - 008)。[National Natural Science Foundation of China(41430316); National Science and Technology Major Project(2017ZX 05008004 - 008)]

作者简介(Biography): 袁兵(1991 -), 男, 硕士研究生, 四川广安人, 助理工程师, 主要从事山地震勘探的研究。[YUAN Bing(1991 -), male, M. Sc. candidate, born in Guang'an, Sichuan Province, research on mountain seismic exploration] E-mail: swpu\_yb@yeah.net

\* 通讯作者(Corresponding author): 周路(1962 -), 男, 博士, 四川广安人, 教授, 主要从事地震资料解释、地震岩性与储层预测等方面的研究与教学。[ZHOU Lu(1962 -), male, Ph. D., born in Guang'an, Sichuan Province, professor, research on seismic data interpretation and seismic lithology and reservoir prediction] E-mail: zhoulu9@126.com

对于拟合曲面的类型,常采用的是二阶曲面,也有采用高于二阶的其他多项式,如 Zevenbergen 和 Thornev<sup>[15]</sup>认为二阶曲面不完全通过 3 × 3 局部窗口,其表达的地形曲面不够精确,因而提出用不完全四次曲面拟合地表,推导出的坡度计算表达式与二阶差分一样;Florinky<sup>[16]</sup>在利用曲率导数提取地形特征线时,提出利用三阶曲面拟合 5 × 5 局部窗口来求取地形因子,并认为其有较高的精度。本文采用三阶曲面拟合该窗口来求取坡度。经推导,三阶曲面拟合对称 13 点局部窗口模型与赵明伟(2012)<sup>[17]</sup>等提出的 5 节点二阶差分具有相同的表达式,本文在其基础上更进一步了分析该算法的计算精度。

### 1 对称 13 点窗口坡度计算

坡度  $S$  是地表高程沿东西、南北方向上的变化率,假定地形曲面函数为  $z = f(x, y)$ , 则坡度可表示为:

$$S = \arctan \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (1)$$

式中,  $f_x$  是南北方向的高程变化率,  $f_y$  是东西方向的变化率。

由(1)式知,对于地表某点的坡度求取,关键是  $f_x$ 、 $f_y$  的求取。局部曲面拟合法通常是根据最小二乘法原理,利用曲面函数拟合局部移动窗口得到  $f_x$ 、 $f_y$  的解,如 Evans<sup>[18]</sup>采用二阶曲面拟合 3 × 3 局部窗口(图 1);Florinky 采用三阶曲面拟合 5 × 5 局部窗口(图 2)等。表 1 给出了以局部曲面拟合法为基础而推导出的常用的坡度计算模型,主要有三阶不带权差分、三阶反距离平方权差分、三阶曲面拟合 5 × 5 局部窗口模型等。

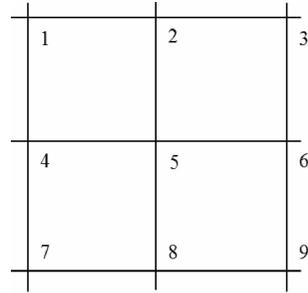


图 1 3 × 3 局部移动窗口

Fig. 1 3 × 3 local moving window

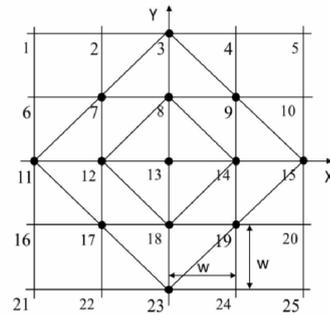


图 2 对称 13 点局部窗口

Fig. 2 Symmetric 13 nodes local moving window

本文提出的对称 13 点局部窗口如图 2 所示,由中心点、内部 4 个单倍倍率格网点和外部 8 个双倍倍率格网点构成,与主轴( $x$  轴、 $y$  轴)成 45° 夹角,实质上可以看成在 3 × 3 局部窗口的主轴( $x$  轴、 $y$  轴)上各加了两个点,其格网点数介于 3 × 3 局部窗口和 5 × 5 局部窗口。采用三阶曲面拟合该窗口求取坡度,三阶曲面函数表达式为:

$$z = \frac{1}{6}ax^3 + \frac{1}{6}dy^3 + \frac{1}{2}bx^2y + \frac{1}{2}cxy^2 + \frac{1}{2}rx^2 + \frac{1}{2}ty^2 + sxy + px + qy \quad (2)$$

表 1 坡度计算模型

Tab. 1 Different models to compute slope

算法	$f_x$	$f_y$
三阶不带权差分	$\frac{1}{6w}(z_3 - z_1 + z_6 - z_4 + z_9 - z_7)$	$\frac{1}{6w}(z_1 - z_7 + z_2 - z_8 + z_3 - z_9)$
三阶反距离平方权差分	$\frac{1}{8w}[z_3 - z_1 + 2(z_6 - z_4) + z_9 - z_7]$	$\frac{1}{8w}[z_1 - z_7 + 2(z_2 - z_8) + z_3 - z_9]$
三阶曲面拟合 5 × 5 局部窗口模型	$\frac{1}{420w}\{44(z_4 + z_{24} - z_2 - z_{22}) + 31[z_1 + z_{21} - z_5 - z_{25} + 2(z_9 + z_{19} - z_7 - z_{17})] + 17[z_{15} - z_{11} + 4(z_{14} - z_{12})] + 5(z_{10} + z_{20} - z_6 - z_{16})\}$	$\frac{1}{420w}\{44(z_6 + z_{10} - z_{16} - z_{20}) + 31[z_{21} + z_{25} - z_1 - z_5 + 2(z_7 + z_9 - z_{17} - z_{19})] + 17[z_3 - z_{23} + 4(z_8 - z_{18})] + 5(z_2 + z_4 - z_{22} - z_{24})\}$

根据数值分析, 曲面参数与一阶偏导数具有如下关系:

$$f_x = p = \frac{\partial z}{\partial x} \quad f_y = q = \frac{\partial z}{\partial y} \quad (3)$$

在  $5 \times 5$  局部窗口(图 2)中, 设定格网分辨率为  $w$ , 各格网点对应的高程为  $z_i$ , 则  $5 \times 5$  局部窗口内各格网点坐标已知。将各个格网点坐标代入方程可求解各系数, 由于方程个数大于未知数个数, 因此采用最小二乘法求解。将对称 13 点局部窗口的各点坐标代入曲面方程, 可以得到 13 个线性方程:

$$\alpha = F\beta \quad (4)$$

式中,  $\alpha$  为 13 个已知高程  $z$  的列向量:

$$\alpha = \begin{bmatrix} z_3 & z_7 & z_8 & z_9 & z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{14} & z_{15} & z_{17} & z_{18} & z_{19} & z_{23} \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

$\beta$  为包含 10 个未知数的列向量:

$$\beta = \begin{bmatrix} a & d & b & c & r & t & s & p & q & u \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$F$  为已知坐标代入方程后与未知数  $\beta$ 、已知数  $\alpha$  对应的  $13 \times 10$  的常数矩阵。

根据最小二乘原理可得:

$$\beta = (F^T F)^{-1} F^T \alpha \quad (7)$$

由式(5)、(6)、(7)可解得偏导数  $f_x, f_y$ :

$$\begin{cases} f_x = \frac{1}{12w} [8(z_{14} - z_{12}) - (z_{15} - z_{11})] \\ f_y = \frac{1}{12w} [8(z_8 - z_{18}) - (z_3 - z_{23})] \end{cases} \quad (8)$$

上式与赵明伟(2012)等<sup>[17]</sup>考虑减小差分模型的三阶偏导数误差项而推导出的 5 节点二阶差分的表达式一样。根据式(8)可知, 虽然三阶曲面拟合对称 13 点局部窗口模型采用的局部移动窗口包含 13 个格网点的高程信息, 但坡度表达式中只涉及了主轴方向( $x$  轴、 $y$  轴) 8 个格网点的高程信息。

## 2 模型精度分析

### 2.1 精确 DEM 的模型精度分析

由于实际 DEM 数据误差结构复杂, 误差不易区分和控制以及没有明确的可对比对象, 而理论数学曲面数学表达式已知, 离散采样后格网点数据仅包含离散化误差<sup>[19]</sup>, 曲面坡度真值可直接求取, 因此, 本文采用理论数学曲面进行模型精度分析。

考虑实际地表的复杂性, 在选取理论数学曲面进行误差分析时, 数学曲面应尽可能地逼近实际地

形, 本文选择了具有类似于实际地形的山顶、洼地、斜坡和平地等形态的高斯合成曲面(图 3), 高斯合成曲面函数:

$$\begin{aligned} Z = & 3 \left[ 1 - \left( \frac{x}{300} \right)^2 \right] e^{-\left( \frac{x}{300} \right)^2 - \left( \frac{y}{300} + 1 \right)^2} \\ & - 10 \left[ 0.2 \left( \frac{x}{300} \right) - \left( \frac{x}{300} \right)^3 - \left( \frac{y}{300} \right)^5 \right] e^{-\left( \frac{x}{300} \right)^2 - \left( \frac{y}{300} \right)^2} \\ & - \frac{1}{3} e^{-\left[ \left( \frac{x}{300} + 1 \right)^2 - \left( \frac{y}{300} \right)^2 \right]} \end{aligned} \quad (9)$$

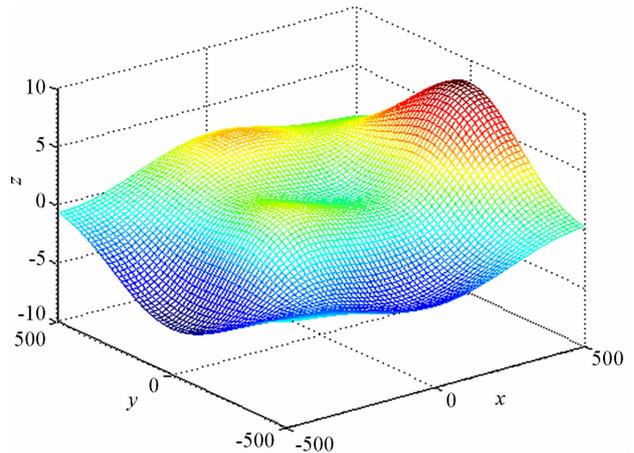


图 3 高斯合成曲面 ( $-500 \leq x \leq 500; -500 \leq y \leq 500$ )

Fig. 3 Gauss synthesized surface ( $-500 \leq x \leq 500; -500 \leq y \leq 500$ )

分别采用 5 m 和 10 m 的 DEM 分辨率将该数学曲面离散, 建立相应的 DEM 数据。在此 DEM 上分别采用(8)式及表 1 中各模型求取坡度, 根据曲面数学表达式求取坡度理论值, 将两者进行比较可分析在该 DEM 分辨率下各模型的计算精度和误差分布。边缘效应采取切除的方式进行处理, 即将 DEM 边缘提取坡度误差较大的值删除, 精度指标采用中误差 RMSE(Root Mean Square Error)。各模型计算的坡度中误差如表 2 所示。

表 2 坡度中误差分析

Tab. 2 RMSE analysis of slope

分辨率	三阶不带权差分	三阶反距离平方权差分	三阶曲面拟合 5×5 局部窗口模型	三阶曲面拟合 13 点局部窗口模型
5 m	$5.49 \times 10^{-4}$	$5.02 \times 10^{-4}$	$1.03 \times 10^{-6}$	$3.29 \times 10^{-7}$
10 m	$2.20 \times 10^{-3}$	$2.00 \times 10^{-3}$	$1.67 \times 10^{-5}$	$5.32 \times 10^{-6}$

根据表 2, 在不考虑 DEM 误差的情况下, 三阶曲面拟合对称 13 点局部窗口模型能显著提高坡度计算精度, 如在 DEM 分辨率为 5 m 时, 三阶不带权

差分坡度中误差是三阶曲面拟合对称 13 点局部窗口模型的  $1.7 \times 10^3$  倍,三阶曲面拟合  $5 \times 5$  局部窗口模型坡度中误差是三阶曲面拟合对称 13 点局部窗口模型的 3.13 倍。图 4、图 5 是不同模型计算坡度的误差平面分布图和频率统计图,可以看出:

(1)三阶曲面拟合对称 13 点局部窗口模型与其他模型类似,误差主要集中在峰谷及曲率较大位置处,误差值正、负交替分布,但误差平面分布形态与其他三种模型有较大差异。(2)各模型的误差主要分布在零值右侧,说明各模型计算的坡度值较理论值小。(3)三阶曲面拟合对称 13 点局部窗口模型的误差值位于零值附近且频率更高,其误差较其他模型更集中,其他三种模型在其各自的误差范围内都包含多个峰值,误差分布较分散。

### 2.2 包含 DEM 误差的模型精度分析

以上的模型精度分析是在没有 DEM 采集误差的情况下进行的,然而实际 DEM 数据往往是包含采集误差且是不可避免的,为了对各模型计算精度进行全面评价,考虑 DEM 数据包含采集误差,若不考

虑 DEM 误差的自相关性,各模型计算偏导数  $f_x, f_y$  的中误差  $m_{f_x}, m_{f_y}$  可由误差传播定律得到<sup>[20]</sup>,其表达式为:

$$m_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 m_x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 m_y^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)^2 m_u^2} \tag{10}$$

其中  $x, y, \dots, u$  为测量值,对应于各格网点高程测量值 ( $z_i$ );  $F$  为关于  $x, y, \dots, u$  的某个函数,对应各模型  $f_x, f_y$  的表达式。设各格网点 ( $z_i$ ) 的测量中误差为  $m_{z_i}$ ,并且  $m_{z_1} = m_{z_2} = \dots = m_{z_{25}} = m_z$ ,则根据(10)式可求得各模型偏导数的中误差(表 3)。

表 3 各模型偏导数中误差

Tab.3 RMSE of partial derivatives calculated by different model

RMSE	三阶不带权差分	三阶反距离平方权差分	三阶曲面拟合 $5 \times 5$ 局部窗口模型	三阶曲面拟合 13 点局部窗口模型
$m_{f_x}, m_{f_y}$	$\frac{m_z}{\sqrt{6}w}$	$\frac{\sqrt{3}m_z}{4w}$	$\sqrt{\frac{527}{70}} \frac{m_z}{6w}$	$\frac{\sqrt{130}m_z}{12w}$

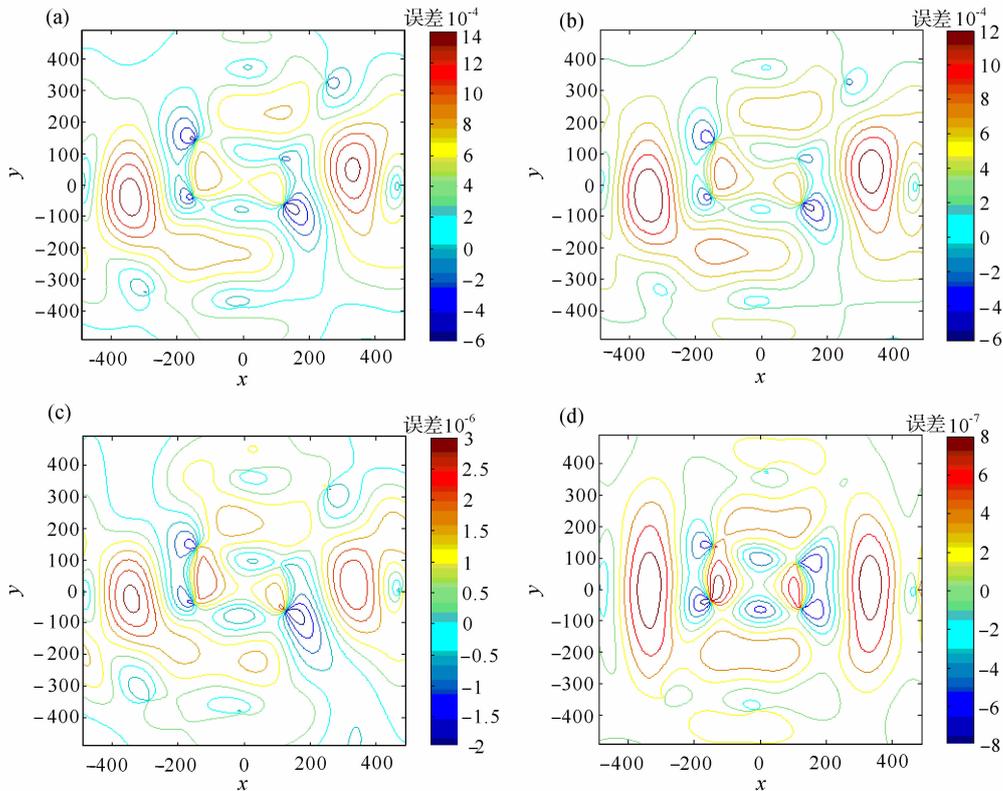


图 4 不同模型计算坡度的误差分布平面图 ( $w = 5$ )

(a) 三阶不带权差分, (b) 三阶反距离平方权差分, (c) 三阶曲面拟合  $5 \times 5$  窗口模型, (d) 三阶曲面拟合 13 点窗口模型

Fig.4 Error distribution of different models on slope computation ( $w = 5$ ).

(a) Third Order Difference, (b) Third Order Difference with inverse square distance weighted, (c) Third-order polynomial fitting  $5 \times 5$  local window, (d) Third-order polynomial fitting 13 nodes local window

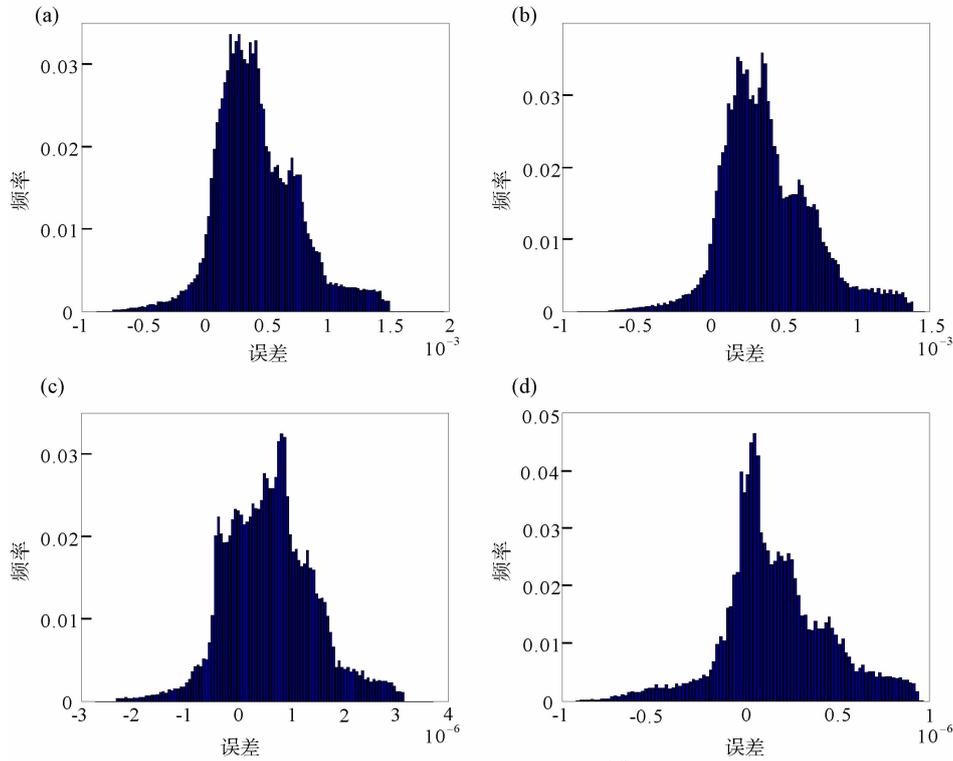


图 5 不同模型计算坡度的误差频率统计图 ( $w = 5$ )

(a) 三阶不带权差分; (b) 三阶反距离平方权差分; (c) 三阶曲面拟合  $5 \times 5$  窗口模型; (d) 三阶曲面拟合 13 点窗口模型

Fig. 5 Error statistical histogram of different models on slope computation ( $w = 5$ ).

(a) Third Order Difference, (b) Third Order Difference with inverse square distance weighted, (c) Third-order polynomial fitting  $5 \times 5$  local window, (d) Third-order polynomial fitting 13 nodes local window

为了更加直观地表现各模型在具有误差 DEM 上提取坡度的中误差的相对大小,在离散曲面上施加随机误差  $kr$ ,  $r$  为  $0 \sim 1$  的随机数,  $k$  为放大倍数,以模拟不同程度中误差的 DEM。本文  $k$  分别取 1, 3, 6, 9, 12, 对应 DEM 中误差分别为 0.57, 1.3, 3.47, 5.19, 6.93。当格网分辨率为 5 m 时,各模型在这 5 种 DEM 上计算坡度的中误差统计结果如表 4。

表 4 不同 DEM 中误差下各模型坡度中误差

Tab.4 RMSE of slope calculated by different model on DEM with different RMSE

DEM 中误差	三阶不带权差分	三阶反距离平方权差分	三阶曲面拟合 $5 \times 5$ 局部窗口模型	三阶曲面拟合 13 点局部窗口模型
0.61	1.42	1.53	1.64	3.81
1.73	5.08	5.31	5.68	12.22
3.47	10.38	11.03	11.72	23.27
5.19	15.53	16.37	17.33	32.23
6.93	20.37	21.42	22.49	39.14

根据表 3 和表 4,不同模型在包含误差的 DEM 上提取坡度时,坡度计算精度由高到低为:三阶不带权差分、三阶反距离平方权、三阶曲面拟合  $5 \times 5$  局部窗口模型、三阶曲面拟合 13 点局部窗口模型。可以看出:(1)加权模型对误差的平滑作用次于不加权模型;(2)三阶曲面拟合 13 点局部窗口模型提取的坡度中误差是其他模型的 2 倍左右,说明该模型对误差的平滑能力较差,只适合高精度 DEM 坡度的提取。

### 3 结束语

局部曲面拟合法是计算地形因子的常用算法,拟合曲面多项式和局部窗口类型是影响该方法坡度计算精度的主要因素,本文基于常规窗口提出了一种新的局部窗口——对称 13 点局部移动窗口,推导了三阶曲面拟合该窗口的坡度计算公式,并对其计算精度进行了分析。研究表明:(1)利用三阶曲面

拟合对称 13 点移动窗口得到的计算公式与赵明伟 (2012) 等利用差分方法得到的 5 节点二阶差分一样; (2) 相对于现有的曲面拟合模型, 在不含误差的 DEM 上, 三阶曲面拟合对称 13 点窗口模型能显著地提高坡度计算精度; (3) 三阶曲面拟合对称 13 点窗口模型对误差的平滑能力较差, 适用于高精度 DEM。本文的研究拓展了局部曲面拟合法在坡度提取中的应用, 丰富了地学因子提取方法体系。

## 参考文献 (References)

- [1] 胡卓玮, 李洋, 王志恒, 等. 基于 DEM 的四川省低山丘陵区坡度提取不确定性分析 [J]. 山地学报, 2012, **30** (05): 636 - 640. [HU Zhuowei, LI Yang, WANG Zhiheng, et al. Uncertainty analysis extracting from the slope of hilly area of Sichuan Province based on DEM [J]. Mountain Research, 2012, **30** (05): 636 - 640]
- [2] 卢华兴, 刘学军, 王永君, 等. 插值条件下格网 DEM 坡度计算模型的噪声误差分析 [J]. 测绘学报, 2012, **41** (06): 926 - 932. [LU Huaxing, LIU Xuejun, WANG Yongjun, et al. Noise error analysis of slope algorithms based on grid DEM derived from interpolation [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2012, **41** (06): 926 - 932]
- [3] 陈楠. 基于信息损失量的坡度精度分析 [J]. 地球信息科学学报, 2014, **16** (6): 852 - 858. [CHEN Nan. Study on slope accuracy based on information loss [J]. Journal of Geo-information Science, 2014, **16** (6): 852 - 858]
- [4] CHANG K, TSAI B. The Effect of DEM Resolution on Slope and Aspect Mapping [J]. Cartography and Geo-graphic Information Systems, 1991, **18**: 69 - 77
- [5] 刘学军, 龚健雅, 周启鸣, 等. 基于 DEM 坡度坡向算法精度的分析研究 [J]. 测绘学报, 2004, **33** (3): 258 - 263. [LIU Xuejun, GONG Jianya, ZHOU Qiming, et al. A study of accuracy and algorithms for calculating slope and aspect based on grid digital elevation model (DEM) [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2004, **33** (3): 258 - 263]
- [6] FLORINSKYI V. Accuracy of local topographic variables derived from digital elevation models [J]. International Journal of Geographical Information Science, 1998, **12** (1): 47 - 61
- [7] 刘学军, 卞路, 卢华兴, 等. 顾及 DEM 误差自相关的坡度计算模型精度分析 [J]. 测绘学报, 2008, **37** (2): 200 - 206. [LIU Xuejun, BIAN Lu, LU Huaxing, et al. The accuracy assessment on slope algorithms with DEM error spatial autocorrelation [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2008, **37** (2): 200 - 206]
- [8] ISSACSON D L, RIPPLE W J. Comparison of 7.5 minute and 1 degree digital elevation models [J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1991, **56**: 1523 - 1527
- [9] LEE J, SNYDER P K, FISHER P F. Modeling the effect of data errors on feature extraction from digital elevation models [J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1992, **58** (10): 1461 - 1467
- [10] 张玉伦, 王叶堂. 低山丘陵区多源数字高程模型误差分析 [J]. 遥感技术与应用, 2018, **33** (6): 1112 - 1121 [ZHANG Yulun, WANG Yetang. Accuracy assessment of the ASTER GDEM and SRTM DEM in the low mountain and hilly region [J]. Remote Sensing Technology and Application, 2018, **33** (6): 1112 - 1121]
- [11] 刘晓, 赵荣, 梁勇, 等. 顾及地貌与 DEM 分辨率的坡度算法适应性研究 [J]. 测绘科学, 2017, **42** (3): 29 - 34. [LIU Xiao, ZHAO Rong, LIANG Yong, et al. Research of algorithms for deriving slope based on different geomorphic types and DEM resolution [J]. Science of Surveying and Mapping, 2017, **42** (3): 29 - 34]
- [12] 周启鸣, 刘学军. 数字地形分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2006: 87 - 93. [ZHOU Qiming, LIU Xuejun. Digital terrain analysis [M]. Beijing: Science Press, 2016: 87 - 93]
- [13] 刘学军, 张平, 朱莹. DEM 坡度计算的适宜窗口分析 [J]. 测绘学报, 2009, **38** (3): 264 - 281. [LIU Xuejun, ZHANG Ping, ZHU Ying. Suitable window size of terrain parameters derived from grid-based DEM [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2009, **38** (3): 264 - 281]
- [14] ALBANI M, KLINKENBERG B, ANDISON D W, et al. The Choice of Window Size in Approximating Topographic Surfaces from Digital Elevation Models [J]. International Journal of Geographical Information Science, 2004, **18** (6): 577 - 593
- [15] ZEVENBERGEN L W, THORNEV C R. Quantitative analysis of land surface topography [J]. Earth Surface Processes and Landforms, 1987, **12** (1): 47 - 56
- [16] FLORINSKY I V. Computation of the third-order partial derivatives from a digital elevation mode [J]. International Journal of Geographical Information Science, 2009, **23** (2): 213 - 231
- [17] 赵明伟, 汤国安, 张磊, 等. 基于 DEM 的 5 节点二阶差分坡度算法模型与实验分析 [J]. 地球信息科学学报, 2012, **14** (3): 286 - 291. [ZHAO Mingwei, TANG Guoan, ZHANG Lei, et al. The DEM based 5-node second-order finite difference model for slope computation [J]. Journal of Geo-information Science, 2012, **14** (3): 286 - 291]
- [18] EVANS I S. An integrated system of terrain analysis and slope mapping. Final report on grant DA-ERO-591-73-G0040 [M]. Durham: University of Durham, 1979.
- [19] TANG G A. Research on the Accuracy of Digital Elevation Models [M]. Beijing: Science Press Beijing New York, 2000.
- [20] 晋蓓, 刘学军, 张宏鸣, 等. 基于格网 DEM 的等高线提取误差传播模型 [J]. 人民黄河, 2017, **39** (02): 21 - 24. [JIN Bei, LIU Xuejun, ZHAO Hongming, et al. Error propagation models of contour interpolation based on grid DEM [J]. Yellow river, 2017, **39** (2): 24 - 27]

## Slope Computation Analysis of Symmetric 13 Nodes Local Window Based on Grid DEM

YUAN Bing<sup>1,2</sup>, WANG Binqun<sup>3</sup>, YUAN Guangyin<sup>1</sup>, ZHANG Lu<sup>4</sup>, ZHOU Lu<sup>2\*</sup>

(1. BGP Southwest Geophysical Company, CNPC, Chengdu, 610500, China; 2. School of Geosciences and Technology, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China; 3. Sinopec Geophysical Research Institute, Nanjing 211103, China; 4. Zhanjiang Branch, CNOOC Ltd, Zhanjiang 524057, China)

**Abstract:** Local surface fitting is one of the common methods to calculate the slope based on grid DEM. Two major factors of this method affect slope estimation accuracy including polynomial and local moving windows. In order to have a better slope calculation formula and to analyze the influence of the factors for calculation accuracy, a new local moving window, called 13 nodes local moving window, is established based on  $3 \times 3$  local moving window in this paper. It is a symmetric window contained 13 grid nodes with two different grid sizes and intersecting with the principal axis on angles of 45 degree. A new slope computation formula is obtained by fitting the developed window with third order polynomial. To simplify the terrain surface and practical DEM data, a discretization mathematical surface simulates two kind of DEM data. one is high precision DEM data without error, while another with error by adding random noise to the mathematical surface. Based on the simulated DEM data, we analyze the calculation accuracy of the new formula, third order difference, third order difference with inverse square distance weighting and third - order polynomial fitting with  $5 \times 5$  local window model through comparisons of the true value and calculated value of slope. The results show that third - order polynomial fitting with the symmetric 13 nodes local window model significantly improves the accuracy of the slope computation with the high precision DEM data. However, it has a poor capability for smoothness of error with the DEM data with error compared with other model. This study extends surface fitting method to apply in digital terrain analysis.

**Key words:** DEM; slope; local surface fitting method; accuracy analysis