

流域地貌系统定量研究的新指标*

王协康 方 铎

(四川联合大学高速水力学国家重点实验室 成都 610065)

提 要 简要介绍了分形基本理论,着重讨论了流域地貌系统定量研究的指标. 水系分维的计算方法,水系分维区域划分原则及其应用含义.

关键词 流域地貌 分形 水系 分维数

19 世纪末至 20 世纪初,戴维斯提出了侵蚀循环理论^[1],把地貌形态归结为构造营力和时间的函数,将地貌发育划分为幼年、壮年和老年期三个阶段,从而把以往单纯从形态描述的地貌学上升为解释性地貌学. 50 年代美国地貌学家斯揣勒提出了面积-高程分析法^[2],从而将戴维斯的侵蚀发育模式给以定量化,这是定量研究中的一次飞跃. 艾南山等以斯揣勒积分曲线为基础,提出了地貌信息熵和超熵的概念,并且用来作为发育阶段的划分和稳定性判别的定量指标^[3]. 流域地貌的演化,是地表物质遭受侵蚀、搬运、堆积的传输过程,而任何物质的传输过程是一种非线性变化. 由此看来,以线性方法和观点去研究流域地貌问题是无法取得突破性新进展的. 分形理论的形成与发展,为流域地貌非线性研究开辟了一条新思路. 这种现象绝不是偶然的,流域地貌的内在规律为这条思路提供了可靠的依据. 在流域形态上,流域中的水文网、岩石表面的裂隙都表现出一定尺度的统计自相似性. 尤其是霍顿(R. E. Horton)在解释他发现的河流数定律时,认为这可能是由于水系本身按自身结构有规则地循环发展的结果,这样形成的水系自然满足霍顿定律. 为此,我们利用分形理论对流域地貌系统的定量问题进行了研究.

1 分形理论

分形(Fractal)一词是由法国数学家曼德布罗特于 1967 年首创,用来描述那些表面看来杂乱无章、变幻莫测而实质上潜在有某种内在规律性的几何图形或形状.

1960 年,曼德布罗特发现棉花价格随时间的变化隐含着这样一种规律,即日变化规律与月变化规律非常相似;此后不久又发现计算机通讯用的电话线的噪音也有类似的规律. 至 1967 年,他将对自然界的这种现象的思考集中反映到“英国的海岸线有多长?”一文中^[4],指出在没有参照物的情况下,从空中拍摄的 100km 长的海岸线与放大的 10km 的海岸线的照片看上去非常相似,此外自然界中起伏的山峦、变幻的浮云也都拥有这种在不同尺度上具有相同程度的不规则性和复杂性即自相似性. 曼德布罗特将这种具有自相似性且有特征长度的图形称为分形.

* 国家自然科学基金资助项目(编号:49771055).

收稿日期:1997-11-07.

描述分形的一个重要参数是分形维数,简称分维.它和普通的空间一、二、三维有明显的差异,主要差异在于分形的分维数可以是小数维,如 1.2 维,2.3 维等.象通常布朗运动轨迹的分维数为 1.5 维,而紊流的多重分维数通常为 2.34 维.人们从各自的研究领域出发,提出了许多种维数定义,如 Hansdorff 维数、M—B 维数、计盒维数、相似维数、填充维数和谱维数等.

2 流域地貌与水系

水系是由地表水的侵蚀、搬运和堆积作用形成的地貌景观,也是所在地区内外营力作用的产物.水系的形成和发育与气候、地层岩性、地质构造等诸因素有关.水系是一条干流和多级支流的组合,其组合形式受地质构造和自然环境的控制,在平面上表现为有规律的排列组合,可以用分形理论来描述.目前分形理论被广泛应用于物理学、化学、生物学、经济学、情报学、地学等科学领域,但在应用中普遍存在一种不足:利用一些分形公式计算出某分形体的维数之后,没有进一步去探究这些维数所包含的意义.本文在研究水系分维的基础上,对水系的分维含义作出了诠释:水系的分维反映了水系发育的复杂程度,代表了水系所处流域的地貌侵蚀发育阶段.

2.1 主河道的分维计算

流域地貌的一个重要特征就是主河道(单一河道)与流域面积的关系.自从 50 年代数理统计方法开始在地貌学广泛运用以来,霍顿定律就一直是流域地貌中的一个公认的经典定律. J. Feder^[6] 导出了一个用霍顿定律表示的主河道的分维公式

$$D_s = 2\text{Ln}R_L/\text{Ln}R_b$$

(1)

式中 R_L 为河道长度比, R_b 为河道分枝比, D_s 为主河道的分维数.

利用河道分枝比和长度比计算主河道分维数的方法,对美国 14 个流域,计算出的分维数见表 1.

2.2 沟系的分维计算

流域地貌源头发育的初期阶段,伴随着坡面上产流、产沙过程,坡面形态亦在经历一个迅速变化的过程.由此而产生了具有不规则,貌似杂乱的沟系地貌,显然不是欧氏几何学和普通微分几何学的研究内容,只能用分形理论来表达沟系地貌的定量标准.

由于坡面沟系尺度较小,发育程度极不规则,一般不属于干流型水系,此外细沟水道级也难以用 A. N. Strahler 或

表 1 主河道分维数计算表

Table 1 The fractal dimensions of main channels in the rives

序号	流 域	分枝比 R_b	长度比 R_L	分维数 D_s	平 均 值
1	巨穆狄溪	3.29	2.08	1.23	$R_b=4.05$ $R_L=2.17$ $D_s=1.11$
2	巨桑迪溪	3.93	2.08	1.23	
3	科罗拉多河	4.10	2.13	1.07	
4	卡斯卡斯加河	4.06	2.13	1.08	
5	麦基诺河	3.88	1.96	0.99	
6	梅里麦克河	4.47	2.56	1.26	
7	内契斯河	4.79	2.44	1.14	
8	罗阿诺克河	4.31	2.08	1.00	
9	罗古河	3.72	2.08	1.11	
10	桑加蒙河	3.74	1.85	0.93	
11	斯普恩河	4.00	2.13	1.09	
12	斯奎汉纳河	3.99	2.33	1.22	
13	佛米利翁河	3.97	1.89	0.92	
14	怀特河	4.51	2.33	1.12	

R. E. Horton 划分原则进行分析,因此主河道分维公式难以适应计算要求,为此采用简单而实用的计盒方法来计算沟系的分维数. 以方格边长为 r 的方格网覆盖在平面分形图上,数出包含图形的方格数 $N(r)$. 对不同的 $r_i (i=1, 2, 3 \cdots m)$, 将得到 m 个不同的 $N(r_i)$ 值. 在重对数轴上标绘 $N(r_i)$ 与 r_i 数值之间经验关系,用最小二乘法拟合出一条直线,可用下式表示

$$\ln N(r) = A - D \ln(r) \quad (2)$$

式中 A 为系数, D 为所求分维数.

利用计盒数方法计算坡面沟系室内实验资料的分维数,在坡面形态已趋于稳定状态的条件下,沟系统计平均分维数 $D=1.589^{[6]}$.

2.3 水系的分维计算

分形学者早就注意到了水系的分形特征. 水系的分枝图形,主流有支流,支流又有各自的次级支流. 大型水系是一种多重分形(Multi-Fractal),它的子流域又是分形,子流域有各自局部范围的分维. 大型水系若只用一个分维来表示显然是不合适的,用诸多子流域的多个分维数来划分会更恰当.

水系分维公式的计算,人们最早用主河道长度及水系总长度与流域面积的如下二公式表示

$$L = aA^m \quad (3)$$

$$\Sigma L = CA^b \quad (4)$$

式中 L 为主河道长度, A 为流域面积,主河道分维 $D=2m$. $D=2b$ 为整个水系的分维,而不光是主河道的分维.

Robert and Roy^[7]在研究 23 个流域后,认为 b 和 m 值还受比例尺和地图综合程度的影响,指出长度-面积公式(3)、(4)不适合用来计算水系的分维.

洪时中、洪时明^[8]导出一个霍顿定律表示的主河道分维公式

$$D = \ln R_b / \ln R_L \quad (5)$$

式中 R_b 为河流分枝比, R_L 为河流长度比. Tarboton et al.^[9]和 La Barbera et al.^[10]也导出了类似的关系. 洪时中等利用式(5)在陕西、甘肃、川东等河流数据计算 D 的结果在 1.21~2.45 之间. Tarboton 利用该式计算出的 D 值在 1.7~2.5 之间. 这些大于 2.0 的值显然是错误的. 因为 2.0 是水系分维的上限. 这些错误的结果使人们对利用霍顿比率(分枝比和长度比)来计算水系分维的合理性产生怀疑.

Rosso et al.^[11]又导出了下面的公式

$$d = \text{Max}(1, 2 \log R_b / \log R_L) \quad (6)$$

$$D = \text{Min}(2, 2 \log R_b / \log R_L) \quad (7)$$

式中 d 代表主河道的分维, D 代表整个水系的分维.

李后强、艾南山^[12]导出了水系分维与水系级别关系的公式

$$D_s = \frac{2(s-i)}{i} \cdot \frac{\ln(L_i/L_0)}{\ln N_i} \quad (8)$$

式中 L_0 为最小河道的平均长度, i 、 s 为河流的级别.

此外,还有一些学者利用 DEM 技术及河道宽度和河谷宽度等参数来计算水系的分维数。

鉴于实际操作的考虑,目前常采用简单而实用的计盒方法来计算水系的分维数。

3 水系分维的应用及其含义

邹谨敬等^[13]研究了甘肃中部邻区水系分维值与滑坡灾害的关系,得出分维数 D 值大小与滑坡分布数量具有正相关特点,且 D 大于 1.7 的区域是发生滑坡灾害点量最多的地区。究其原因,主要是水系发育的影响因素和滑坡形成条件基本相似。孔凡臣等^[14]通过对山西邻区水系与黄土冲沟的分形特征的研究,发现水系的分维值反映了该区构造活动性的强弱。

李后强等^[12]通过研究,提出利用霍顿比率与流域地貌发育阶段的关系来划分流域发育阶段,认为分枝比越大,流域越趋于侵蚀晚期。但是,这种仅用河流分枝比的函数作为划分流域地貌发育阶段临界值的方法是不合理的,仍需进一步研究。本文利用文献资料研究认为:水系的分维计算应区分其源头、中游、下游段不同区域,即根据坡地沟系、主河道等的划分原则来考虑,其含义应该为水系的分维数反映了水系发育的复杂程度,代表了水系所处流域地貌侵蚀发育程度,其临界值的划分有待于更深入的研究。

4 结 语

1. 水系具有分形特征,其形态上具有自相似性,水系的分维可由计盒法来计算。

2. 用单一分维来刻画水系过于简单,实际流域地貌十分复杂,应该用多重分形来刻画。流域水系从源头到中游,再到下游,流经地区的气候、地质构造、岩性和植被类型复杂。由此可知,沟系及主河道的分维数并不代表整个水系的分形特征。

3. 本文表 1 计算的主河道平均分维数 $D=1.11$ 与曼德布罗特求得的干流型主河道分维数 $D=1.2$ 基本一致。而实验资料得出的沟系分维数 $D=1.589$ 比 1.2 大,由此可认为,流域地貌坡面侵蚀发育比主河道区域更复杂。

4. 水系分维值的大小反映流域水系发育的复杂程度,代表了水系所处流域的地貌侵蚀发育阶段,但其临界值的确定有待于更深入的研究。

参 考 文 献

- [1] Davis WM. The geology cycle. Geog. Jour, 1899, (14): 481~504. (Reproduced in Geographical Essay, edit by WM. Davis, Ginn, Boston, Mass, 1909.)
- [2] Strahler A. Hyosomotic analysis of erosional topography. Bull. Geol. Soc. Am., 1952, (63): 25~34.
- [3] 艾南山, 岳天祥. 侵蚀流域系统信息熵. 水土保持学报, 1987, 1(2): 9~18.
- [4] Mandelbort BB. How long is the coast of Britain. Science, 1967, (155): 636~638.
- [5] Feder J. Fractals. Plenum Press, New York. 1988. 11.
- [6] 王协康, 方铎. 坡面侵蚀平面形态的研究. 四川水力发电(在排印中).
- [7] Robert A and Roy A. On the fractal interpretation of the mainstream length drainage area relationship. Water Resources Research, 1990, (26): 839~842.

- [8] 洪时中,洪时明. 地学领域中的分维研究:水系、地震及其它. 大自然探索,1988,24(2):33~40.
- [9] Tarboton D. G. et al. The fractal nature of river networks. Water Resources Research, 1988,(24):1317~1322.
- [10] La Barbera P., Rosso R. On the fractal dimension of river networks. Water Resources Research, 1989,(25):735~741.
- [11] Rosso R. et al. Fractal relation of mainstream length to catchment area in river networks. Water Resources Research, 1991,(27):381~387.
- [12] 李后强,艾南山. 分形地貌学及地貌发育的分形模型. 自然杂志,1991,15(7):516~519.
- [13] 邹谨敞,邵顺妹. 甘肃中部及邻区水系分维值与滑坡灾害. 辛厚文主编. 分形理论及其应用. 合肥:中国科学技术大学出版社,1993:380~383.
- [14] 孔凡臣,丁国瑜. 山西及邻区水系与黄土冲沟的分形几何学分析结果及其构造活动的关系. 地震地质,1991,13(3):221~229.

A NEW INDEX OF QUANTITATIVE STUDY ON THE DRAINAGE GEOMORPHIC SYSTEM

Wang Xiekang Fang Duo

(State Key Hydraulics Laboratory of High Speed Flows,
Sichuan Union University Chengdu 610065)

Abstract

The basic theory of fractal was introduced. This paper emphatically discussed the quantitative index such as fractal dimension of the river networks on the drainage geomorphic system. And then, it studied the calculating method, the separating principle and the meaning on the fractal dimension of the river networks.

Key Works drainage geomorphy, fractal, river networks, fractal dimension